

STOFFÜBERGANG UND DRUCKVERLUST AN PARALLEL ANGESTRÖMTEN STABBÜNDELN IN EINEM GROSSEN BEREICH VON REYNOLDS-ZAHLEN UND TEILUNGSVERHÄLTNISSEN*

K. H. PRESSER

Institut für Reaktorbauelemente, Jülich, West Germany

(Received 9 July 1970)

Zusammenfassung—Es wird über experimentelle Untersuchungen an glatten parallel angeströmten Stabbündeln in quasiunendlicher Dreieckanordnung mit den Teilungsverhältnissen 1; 1,02; 1,05; 1,2 und 1,67 berichtet. Bei isothermen Bedingungen und konstantem Partialdruck an der Wand wird die Stoffübertragung bei Sublimation von Naphthalin, Kampher, Paradichlorbenzol und Thymol in eine Luftströmung gemessen. Ausserdem wird der Druckverlustbeiwert bestimmt. Die Messungen erfolgten innerhalb der Bereiche $200 < Re < 200000$ und $2,2 < Sc < 2,6$.

Es wird der Einfluss des Teilungsverhältnisses und der Reynolds-Zahl auf den Druckverlustbeiwert, die mittlere Sherwood-Zahl und die Verteilung der örtlichen Sherwood-Zahlen in Stabumfangsrichtung angegeben. Der Verlauf des örtlichen Sherwood-Zahl im Stoffaustausch-Anlaufgebiet bei ausgebildetem Geschwindigkeitsprofil wird untersucht.

Ein Vergleich mit den Theorien von Deissler-Taylor für ausgebildete turbulente Strömung und Sparrow-Loeffler für ausgebildete laminare Strömung sowie ein Vergleich mit geeigneten experimentellen Ergebnissen fremder Autoren werden durchgeführt.

Es wurde festgestellt:

1. dass sich der Druckverlustbeiwert bei turbulenter Strömung in Form des Prandtl/Kármán-Gesetzes und bei laminarer Strömung in Form des Hagen-Poiseuilleschen Gesetzes darstellen lässt, wobei die empirischen Konstanten vom Teilungsverhältnis abhängen,
2. dass die kritische Reynolds-Zahl niedriger ist als bei Rohrströmung,
3. dass die Analogie auf der Basis der Prandtl-Kármán-Theorie zwischen Stoffübergang und Druckverlust bei turbulenter und laminarer Strömung bei allen Teilungsverhältnissen gilt,
4. dass bei Teilungsverhältnissen von 1 bis 1,05 eine starke, von 1,05 bis 2 eine geringe Änderung der mittleren Sherwood-Zahl, der örtlichen Sherwood-Zahl in Stabumfangsrichtung und des Druckverlustbeiwertes vorliegt. Bei grösseren Teilungsverhältnissen sind die entsprechenden Grössen nicht mehr vom Teilungsverhältnis abhängig,
5. dass bei turbulenter Strömung die hydraulische Anlaufstrecke $20 d_{hyd}$, die Stoffaustausch-Anlaufstrecke bei gleichzeitiger Entwicklung der Geschwindigkeitsgrenzschicht $7 d_{hyd}$ und die Stoffaustausch-Anlaufstrecke bei ausgebildeter Geschwindigkeitsgrenzschicht eine dimensionslose Anlaufstrecke von etwa 5000 benötigt.

BEZEICHNUNGEN

a, Zahlenkonstante;
D, Diffusionskoeffizient [m^2/s];
d, Rohrdurchmesser Stabdurchmesser [m];

d_E , Durchmesser des einbeschriebenen Kreises [m];
 d_{hyd} , hydraulischer Durchmesser [m];
F, freier Strömungsquerschnitt [m^2];
K, Zahlenkonstante;
k, Mittlere Rauigkeitshöhe [m];
 L_{ges} , Gesamt-Stabbündellänge [m];
 L_{StA} , Stoffaustausch-Anlaufänge [m];
 L_{hyd} , Hydraulische Anlaufänge [m];

* Die Messungen wurden z.T. im Rahmen eines Forschungsvertrages zwischen der GHH-Oberhausen-Sterkrade und der KFA Jülich, Institut für Reaktorbauelemente, durchgeführt.

L ,	Messlänge [m];
l ,	laufende Längenkoordinate der Grenzschicht [m];
l^+ ,	dimensionslose Lauflänge der Grenzschicht;
\dot{m} ,	Massenstromdichte [kg/m ² s];
m ,	Exponent;
P ,	Gesamtdruck [N/m ²];
\bar{p}_w ,	Partialdruck an der Wand [N/m ²]
$p_1; p_2$,	Partialdruck des sublimierenden Stoffes in der Luft vor und hinter der Messlänge [N/m ²];
R ,	Gaskonstante [N·m/kg grad];
S ,	stoffabgebende Oberfläche [m ²];
\bar{T}_L ,	absolute mittlere Lufttemp. [°K];
t ,	Zeit, Teilung [s], [m];
U ,	benetzter Umfang [m];
\bar{u} ,	mittlere Strömungsgeschwindigkeit [m/s];
X ,	Teilungsverhältnis.

Dimensionslose Kenngrößen

Re ,	Reynolds-Zahl;
Sc ,	Schmidt-Zahl;
Pr ,	Prandtl-Zahl;
Sh ,	Sherwood-Zahl;
Nu ,	Nusselt-Zahl;
Sp ,	Spalding-Zahl;
St' ,	Stanton-Zahl für Stoffübergang.
β ,	Stoffübergangszahl [m/s];
Γ ,	Druckverlustparameter;
δ ,	Abtragung [μ m];
Δ	mittl. Abtragung [μ m];
Δp ,	Partialdruckdifferenz [N/m ²];
ΔP ,	statische Druckdifferenz [N/m ²];
ΔG ,	Gewichtsverlust [kg];
ϑ_L ,	Lufttemperatur [°C];
ν ,	kinematische Viskosität [m ² /s];
ρ ,	Dichte des sublimierenden Stoffes [kg/m ³];
σ ,	Zahlenkonstante;
φ ,	Umfangswinkel [°];
Ψ ,	Druckverlustbeiwert.

Indizes

1, \triangleq	Teilungsverhältnis 1;
-----------------	-----------------------

∞ , \triangleq	Teilungsverhältnis 2;
max,	maximal
min,	minimal;
φ ,	Umfangswinkel.

1. EINLEITUNG

PARALLEL angeströmte Brennstoffstäbe werden bei Kernreaktoren entweder in Form von Bündeln in individuellen Kanälen verwendet oder bilden den ganzen Reaktorkern, z. B. beim Peach-Bottom-Hochtemperatur-Reaktor. Ausserdem finden parallel angeströmte Rohre bei Rohrbündelwärmeübertragern Anwendung.

Zur Dimensionierung thermisch hoch belastbarer Stabbündel sind detaillierte Kenntnisse über die Verteilung örtlicher Wärmeübergangszahlen in Stabumfangsrichtung notwendig, da die aus Festigkeits- und Korrosionsgründen maximal zulässige Oberflächentemperatur an keiner Stelle überschritten werden darf.

Die wärme- und strömungstechnische Berechnung kann nicht mit den Gleichungen für Strömung in Rohren mit kreisförmigem Querschnitt durchgeführt werden, indem anstelle des Rohrdurchmessers der hydraulische Durchmesser des Stabbündels verwendet wird, weil über den Einfluss des Teilungsverhältnisses und die Verhältnisse über den Stabumfang keine Informationen erhalten werden.

In den letzten Jahren sind viele spezielle Stabbündel experimentell bei turbulenter Strömung untersucht worden [1–12]. Die Auswertung und Interpretation der Ergebnisse führt zu einem verwirrenden Bild, weil die charakteristischen Eigenschaften der Stabbündelströmung in Relation zur Rohrströmung von den im folgenden aufgezählten Messfehlern, die besonders bei Wärmeübertragungsmessungen auftreten, nicht oder nur sehr schwer getrennt werden können.

1. Die Geschwindigkeitsverteilung über den Stabbündelquerschnitt weist entweder eine Rand- oder Mittengängigkeit auf. Quasiunendliche Stabanordnungen wurden bisher wenig untersucht.

2. Die Aufheizung des Kühlmediums über den Stabbündelquerschnitt ist ungleichmässig, da die Berandung des Strömungskanals im allgemeinen nicht beheizt ist.

3. Die Konstruktionsparameter der Heizstäbe (u.a. Wärmeleitfähigkeit und Wandstärke) beeinflussen die mittlere, ganz besonders aber die örtliche Wärmeübergangszahl. Dies gilt besonders für die dichteste Stabanordnung.

4. Die Wärmestrahlungseffekte

5. Die Wärmeableitungseffekte in Richtung der Stabachse

6. Die Einflüsse von Distanzierungen

7. Die relative Rauigkeit

8. Die Geometrie-Fehler u.a. durch Wärmeausdehnungseffekte.

Daher war es bisher nicht möglich, den Einfluss des Teilungsverhältnisses über den ganzen Bereich von der dichtesten Stabanordnung bis hin zu grossen Teilungsverhältnissen in einem grossen Bereich von Reynolds-Zahlen systematisch herauszuarbeiten. Die theoretische Arbeit von Deissler-Taylor [13] ist nicht genügend durch sorgfältige Messungen geprüft worden.

Normalerweise werden parallel angeströmte Stabbündel in Kernreaktoren bei turbulenter Strömung betrieben. Bei Teillast oder Notkühlung der Reaktoren sowie im Aussenraum von Rohrbündelwärmeübertragern kann auch eine Strömung im Übergangsbereich zwischen turbulenter und laminarer Strömung oder sogar im laminaren Bereich auftreten. Experimentelle Ergebnisse in diesen Bereichen, insbesondere Angaben über die Grösse der kritischen Reynolds-Zahl, fehlen. Die theoretischen Arbeiten von Sparrow-Loeffler [14, 15] sind nicht geprüft worden.

In der vorliegenden Arbeit werden nur Ergebnisse mitgeteilt, die mit Hilfe von Stoffübergangsmessungen an quasiunendlichen Anordnungen ermittelt wurden. Viele der vorher erwähnten Messprobleme wurden dadurch vermieden. Die Übertragung der Messergebnisse auf Wärmeübertragungsprobleme ist durch die

theoretisch und experimentell gut geprüfte Analogie zwischen Stoff- und Wärmeübertragung gewährleistet.

2. EXPERIMENTELLES

2.1 Messmethode

Die Sublimation eines festen Stoffes in ein Gas ist ein Diffusionsvorgang. Demzufolge wird die Geschwindigkeit der Sublimation (Gewichtsverlust eines Versuchskörpers oder die Dicke der absublimierten Schicht) durch die Strömungsgrenzschicht bestimmt. Dieser Vorgang kann zur Messung von mittleren und örtlichen konvektiven Stoffübergangszahlen bei turbulenter und laminarer Strömung ausgenutzt werden. Es wird die in der Zeiteinheit sublimierte Stoffmasse entweder durch Wägung des Versuchskörpers oder durch Messung der örtlichen Abtragung einer Schicht mit einem Längenmessgerät relativ zu einem Fixpunkt oder absolut mit einem Schichtdickenmessgerät bestimmt. Die Sublimationsmethode ist in der der Literatur ausführlich beschrieben, z. B. [16].

Wird die sublimierte Stoffmasse nur durch Wägung bestimmt, dann eignen sich bei turbulenter Strömung Naphthalin und Thymol und bei laminarer Strömung sowie im Übergangsbereich Paradichlorbenzol und Kampfer. Die beiden zuletzt erwähnten Stoffe haben einen beträchtlich höheren Dampfdruck als Naphthalin und Thymol, wodurch sich die Versuchszeit in der Regel auf etwa vier Stunden begrenzen lässt. Soll dagegen die örtliche Abtragung gemessen werden, dann ist Thymol, wegen seiner grossen Brinell-Härte und seines geringen Dampfdruckes geeignet [17].

2.2 Versuchsbedingungen

Als Trägergas wird Luft von gleichförmiger Temperatur (Raumtemperatur) und Atmosphärendruck verwendet. Der Partialdruck des die Wand bildenden sublimierenden Stoffes ist identisch mit dem Dampfdruck des Stoffes und demzufolge nur von der Temperatur abhängig. Da die Temperatur im Strömungskanal konstant

Tabelle 1. Stoffwerte für Kampfer* und Paradichlorbenzol und die Stoffsysteme Kampfer–Luft und Paradichlorbenzol–Luft

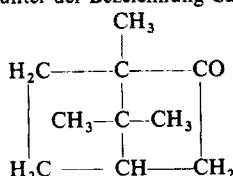
Stoff		Kampfer	Paradichlorbenzol
Schmelzpunkt	Literaturzitat	[20], [21], [22]	[26], [21]
	Zahlenwert	176,7; 179,5; 178,5	53; 53,1
	Einheit	°C	°C
	Anwendungsbereich		
Siedepunkt	Literaturzitat	[20]	[21]
	Zahlenwert	207,4	174,4
	Einheit	°C	°C
	Anwendungsbereich		
Dichte	Literaturzitat	[21]	[21]
	Zahlenwert	999,99	1458
	Einheit	kg/m ³	kg/m ³
	Anwendungsbereich		21°C
Dampfdruck	Literaturzitat	[23]	[24]
	Zahlenwert	$1g p = 11,056 - 2855T$	$1g p = 13,23 - 3310/T$
	Einheit	p in N/m ² , T in °K	p in N/m ² ; T in °K
	Anwendungsbereich	$285 < T < 318$	$239 < T < 318$
Gaskonstante	Literaturzitat	berechnet	berechnet
	Zahlenwert	54,6	56,6
	Einheit	Nm/kg grad	Nm/kg grad
	Anwendungsbereich		
relative Molekülmasse	Literaturzitat		
	Zahlenwert	152,23	147
	Einheit		
	Anwendungsbereich		
spezifische Wärme bei konstantem Druck	Literaturzitat		
	Zahlenwert		
	Einheit	J/kg grad	J/kg grad
	Anwendungsbereich		
Sublimationswärme	Literaturzitat	[20], berechnet‡	[20], berechnet‡
	Zahlenwert	$3,74 \cdot 10^5$; $3,53 \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^5$; $4,3 \cdot 10^5$
	Einheit	J/kg	J/kg
	Anwendungsbereich		
System		Kampfer–Luft	Paradichlorbenzol–Luft
Diffusionskoeffizient	Literaturzitat	[24], berechnet§	[24]
	Zahlenwert	$5,1 \cdot 10^6$; $5,03 \cdot 10^6$	$5,96 \cdot 10^{-6}$
	Einheit	m ² /s	m ² /s
	Anwendungsbereich	0°C; 1 bar	0°C; 1 bar

Forts. Tabelle 1.

Schmidt-Zahl	Literaturzitat	—	[24]
	Zahlenwert	2,64	2,23
	Einheit	—	—
	Anwendungsbereich	0°C; 1 bar	0°C; 1 bar
Lewis-Zahl	Literaturzitat	—	—
	Zahlenwert	3,72	3,18
	Einheit	—	—
	Anwendungsbereich	0°C; 1 bar	0°C; 1 bar

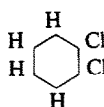
* Bezogen von der Firma E. Merk A. G., Darmstadt unter der Bezeichnung Campher synth. gepulvert

Summenformel: $D_{10}H_{16}O$; Strukturformel:



† Bezogen von der Firma Riedel de Haen

Summenformel: $C_6H_4Cl_2$; Strukturformel:



‡ Sublimationswärme = 2.303 $B R$. Bei Kampfer ist $B = 2855$ und bei Paradichlorbenzol $B = 3310$, gemäss der Dampfdruckfunktion.

§ Nach Fuller, Schettler und Giddings [25] gilt:

$$D = \frac{10^{-3} T_L^{1,75} [(1/M_A) + (1/M_B)]^{\ddagger}}{P [(V_A)^{\ddagger} + (V_B)^{\ddagger}]^2}$$

Mit $M_A = 152,23$; $M_B = 28,8$; $V_A = 202,18$; $V_B = 20,1$, $T = 273,16$ und $P = 1$ bar erhält man: $D = 5,03 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

ist, ist auch der Partialdruck an der Wand konstant. Alle Wände und Begrenzungen sind für den sublimierenden Stoff impermeabel. Da ausserdem die Sublimationswärme der verwendeten Stoffe gering ist, Tab. 1, wird eine Unterkühlung der sublimierenden Oberfläche nicht berücksichtigt.

Bei der Auswertung wird ein isothermes, adiabatisches System vorausgesetzt. Die Schmidt-Zahl ist im Bereich von 18 bis 24°C praktisch konstant. Sie hat für die verwendeten Systeme folgende Werte: Naphthalin-Luft: 2,53; Thymol-Luft: 2,4; Kampfer-Luft: 2,56 und Paradichlorbenzol-Luft: 2,2. Es handelt sich

um einen praktisch reinen Stoffübertragungsvorgang. Die Geschwindigkeitsgrenzschicht wird durch den diffundierenden Stoff nicht verändert.

2.3 Aufbau der Stabbündel

Die untersuchten Stabbündel, Bild 1, sind gekennzeichnet durch eine quasiunendliche Anordnung von Stäben mit Kreisquerschnitt im gleichseitigen Dreiecksgitter. Die Strömungsverteilung kann praktisch gleichförmig über den Stabbündelquerschnitt angenommen werden. Die Oberflächen der Stäbe und die Wände sind glatt poliert (Rauhtiefe etwa 1–2 μm).

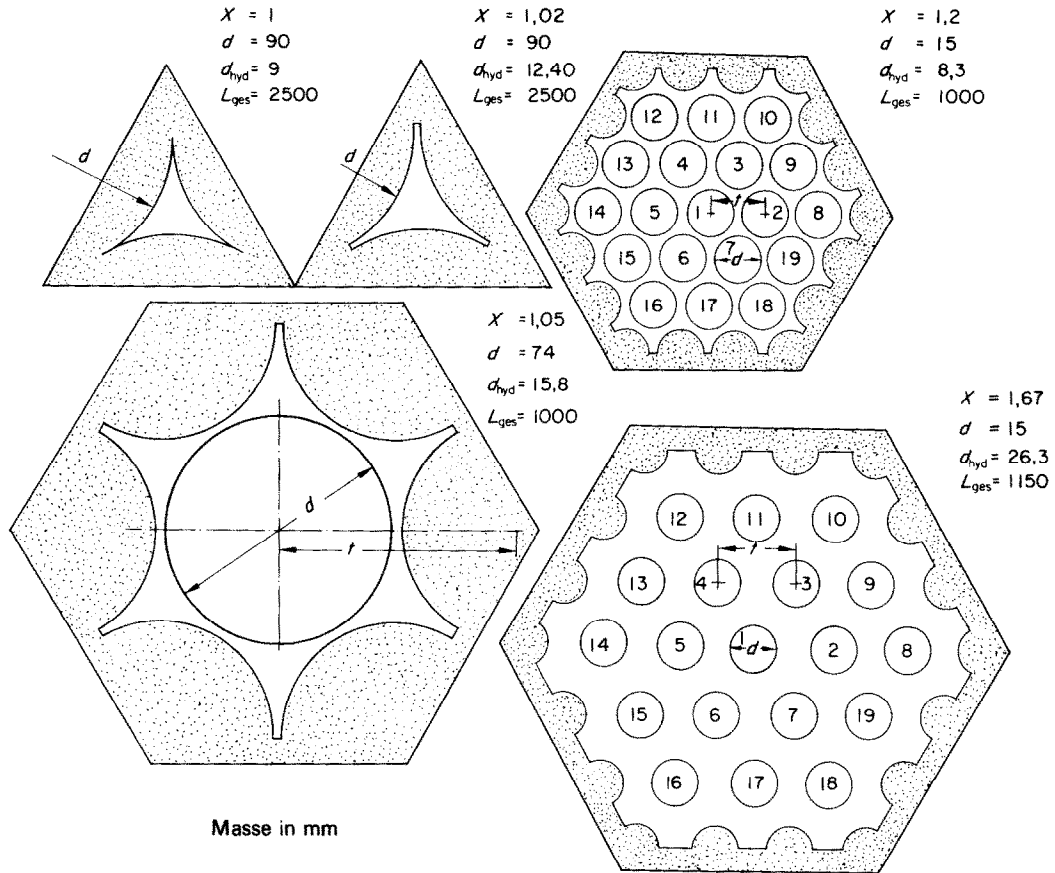


BILD 1. Strömungsquerschnitte der untersuchten Stab-Bündel.

Die Strömung zwischen den Stäben ist durch Distanzierungen nicht gestört.

Bei quasiunendlichen Anordnungen gibt es nur einen Geometrie-Parameter, nämlich das Teilungsverhältnis: $X = (t/d)$. t ist der Stababstand von Stabzentrum zu Stabzentrum, d der Stabdurchmesser. Folgende Teilungsverhältnisse wurden untersucht: 1; 1,02; 1,05; 1,2 und 1,67. Bei den Stabbündeln mit den Teilungsverhältnissen 1,2 und 1,67 muss infolge des Randeinflusses zwischen den folgenden drei Stabgruppen unterschieden werden, Bild 1: Stäbe 1 bis 7; Stäbe 9, 11, 13, 15, 17, 19 und Stäbe 8, 10, 12, 14, 16, 18.

2.4 Aufbau der Versuchseinrichtung

Die für Stoffübergangs- und Druckverlustmessungen hergestellten Strömungskanäle befanden sich auf der Saugseite des Gebläses. Bei Stoffübergangsmessungen setzte sich der Strömungskanal, vgl. die schematische Skizze in Bild 9, aus vier trennbaren Teilstrecken zusammen: der hydraulischen Anlaufstrecke, der Stoffaustausch-Anlaufstrecke der eigentlichen Messstrecke und der Nachlaufstrecke. Alle Übergänge sind glatt.

2.5 Herstellung der Stoffübertragungsflächen

Die aus Aluminium hergestellten Versuchs-

körper haben ein sehr geringes Eigengewicht. Sie werden mit dem sublimierenden Stoff ummantelt, indem sie in die Schmelze des betreffenden Stoffes mehrmals eingetaucht werden. Anschliessend wird die Oberfläche maschinell bearbeitet. Die verbleibende Schichtdicke beträgt 0,2 bis 0,3 mm. Die fertige Oberfläche ist glatt und hat eine dichte homogene feinkörnige Struktur. Die stoffübertragende Oberfläche wird vor Beginn der Messungen mit Luft kurz angeblasen.

2.6 Versuchsdurchführung und Messgrössen

Nach Wägung auf einer Analysenwaage oder Bestimmung des Oberflächenprofils mit dem Mikrokator von Johansson relativ zu einem Fixpunkt werden die Versuchskörper schnell in den Strömungskanal eingebaut. Die Versuchszeit liegt zwischen 15 Minuten und vier Stunden. Sie richtet sich nach der Höhe der Abtragung, die im Mittel bis etwa 50 μm betragen darf. Nach schnellem Ausbau erfolgt wieder eine Wägung bzw. die Bestimmung des Oberflächenprofils. Während des Versuches wird die Ruhetemperatur der Luft vor der Einlaufdüse und der Druckabfall an der Einlaufdüse konstant gehalten.

2.7 Stoffwerte

Tabelle 1 enthält die für Stoffübergangsberechnungen wichtigen Grössen für die Systeme Kampfer–Luft und Paradichlorbenzol–Luft. Die entsprechenden Werte für die Systeme Naphthalin–Luft und Thymol–Luft enthalten [16] und [17]. Die Stoffwerte für Luft wurden der Literaturarbeit [18] entnommen.

3. MESSERGEBNISSE: DRUCKVERLUSTBEIWERTE

3.1 Definition des Druckverlustbeiwertes und der Reynolds-Zahl

Bei inkompressibler ausgebildeter Grenzschichtströmung wird in der Regel bei turbulenter und laminarer Strömung in Kanälen mit nichtkreisförmigen Querschnitten der Druckverlustbeiwert durch die Druckabfallbeziehung

Gleichung (1) und die Reynolds-Zahl durch Gleichung (2) definiert. Der in Gleichung (1) und Gleichung (2)

$$\Delta P = \psi \frac{L}{d_{\text{hyd}}} \frac{\rho}{2} \bar{u}^2 \quad (1)$$

$$Re = \frac{\bar{u} d_{\text{hyd}}}{\nu} \quad (2)$$

verwendete hydraulische Durchmesser: $d_{\text{hyd}} = (4F/U)$ ist bei der vorliegenden Geometrie eine problematische Grösse. Er berücksichtigt den speziellen Geometrieinfluss nicht. Dies hat im wesentlichen zwei Gründe:

1. Der hydraulische Durchmesser stellt eine Hypothese dar, deren Zulässigkeit bei jeder vom Kreisquerschnitt abweichenden Geometrie überprüft werden muss. Er berücksichtigt im vorliegenden Fall nicht die Verteilung der Wandschubspannung über den Stabumfang. Bei sehr kleinen Teilungsverhältnissen wird d_{hyd} zu klein berechnet, da der Umfang im Verhältnis zum effektiv an der Übertragung der Wandschubspannung beteiligten Umfang zu gross ist.
2. Zwei Stabbündel mit verschiedenen Teilungsverhältnissen sind geometrisch nicht ähnlich. Daher wird eine Abhängigkeit des Druckverlustbeiwertes vom Teilungsverhältnis erwartet, das in diesem Falle einen zusätzlichen Ähnlichkeitsparameter darstellt.

3.2 Einfluss der Reynolds-Zahl

Bild 2 zeigt die Abhängigkeit des Druckverlustbeiwertes von der Reynolds-Zahl im Bereich $200 < Re < 200000$ bei fünf verschiedenen Teilungsverhältnissen. Der Verlauf kann, wie bei der Rohrströmung, in einen überkritischen und einen unterkritischen Bereich unterteilt werden.

Die kritische Reynolds-Zahl liegt im Bereich der Messebenen 3 bis 4, Bild 2, für $X = 1$ bei 1200, für $X = 1,02$ bei 1300 und für $X = 1,67$ bei 1900, d.h. bei kleineren Reynolds-Zahlen als beim Kreisrohr. Der Übergangsbereich von der laminaren zur turbulenten Strömung ist nicht

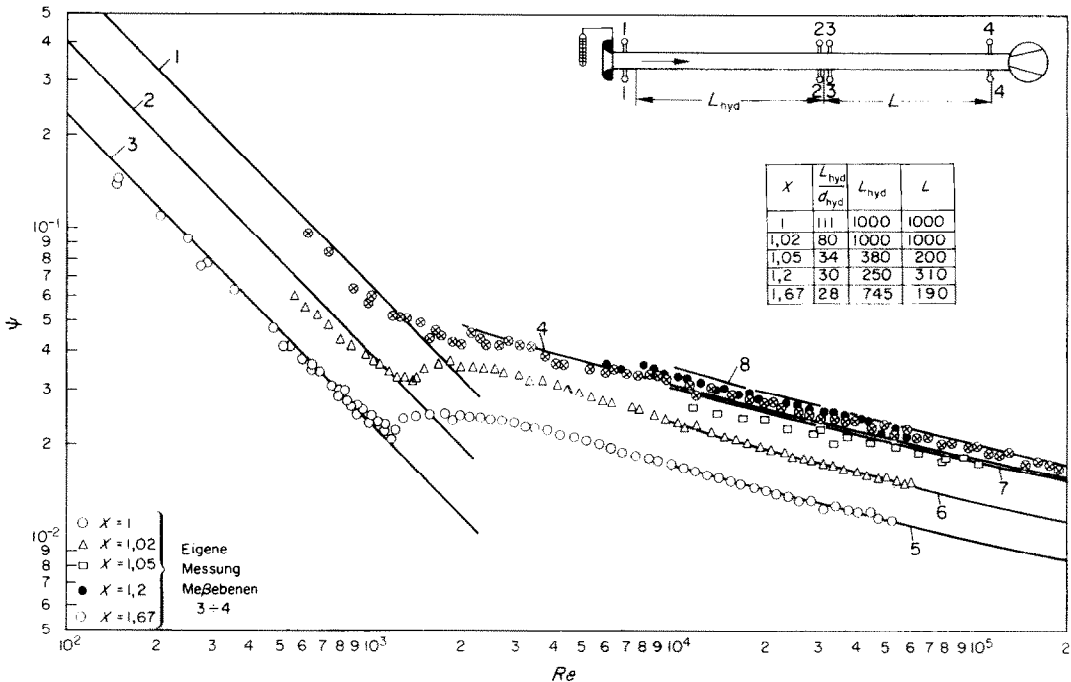


BILD 2. Druckverlustbeiwert in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl bei laminarer und turbulenter Strömung.

1. Gesetz von Hagen-Poiseuille: $\psi = (64/Re)$.
2. Theorie von Sparrow-Loeffler für $X = 1,02$: $\psi = (39/Re)$.
3. Theorie von Sparrow-Loeffler für $X = 1$: $\psi = (23/Re)$.
4. Gesetz von Prandtl-Kármán: $(1/\sqrt{\psi}) = 2 \lg Re\sqrt{\psi} - 0,8$.
5. Theorie von Deissler-Taylor für $X = 1$.
6. Theorie von Deissler-Taylor für $X = 1,02$.
7. Theorie von Deissler-Taylor für $X = 1,1$.
8. Theorie von Deissler-Taylor für $X = 2$.

besonders scharf ausgeprägt, was darauf hindeutet, dass die hydraulischen Vorlaufängen nicht ausreichend und die Einlaufstörungen infolge Querschnittsversperrung durch Stäbe und Distanzierungen gross sind. Offenbar besteht auch eine Abhängigkeit vom Teilungsverhältnis. Bei grösserer Vorlaufänge wurde bei $X = 1,67$ eine höhere kritische Reynolds-Zahl festgestellt. Im Bereich der Messebenen 1 bis 2, d.h. bei kleinen Vorlaufängen, wurden dagegen niedrigere kritische Reynolds-Zahlen gemessen, die für $X = 1$ bei 700, für $X = 1,02$ bei 500 lagen. Bei $X = 1,67$ war der Übergangsbereich kontinuierlich.

Die Messpunkte bei turbulenter Strömung im Bereich $3 \cdot 10^3 < Re < 10^6$ lassen sich durch die von Prandtl-Kármán eingeführte Gleichungs-

form mit entsprechend angepassten empirischen Konstanten für jedes Teilungsverhältnis angeben.

Bei laminarer Strömung, $Re < 500$, verlaufen die Messpunkte parallel zum Hagen-Poiseuilleschen Gesetz, wobei die Zahlenkonstante ebenfalls vom Teilungsverhältnis abhängig ist.

3.3 Turbulente Strömung

3.3.1 Druckverlustbeiwert beim Teilungsverhältnis 1. Der niedrigste Druckverlustbeiwert (unterer Grenzwert) liegt vor, wenn sich die Stäbe berühren. Bild 3 zeigt eigene und fremde experimentelle Ergebnisse im Vergleich zur theoretischen Kurve von Deissler-Taylor [13]. Die Messpunkte zeigen beträchtliche Abweichungen, die u.a. auf den zu kleinen

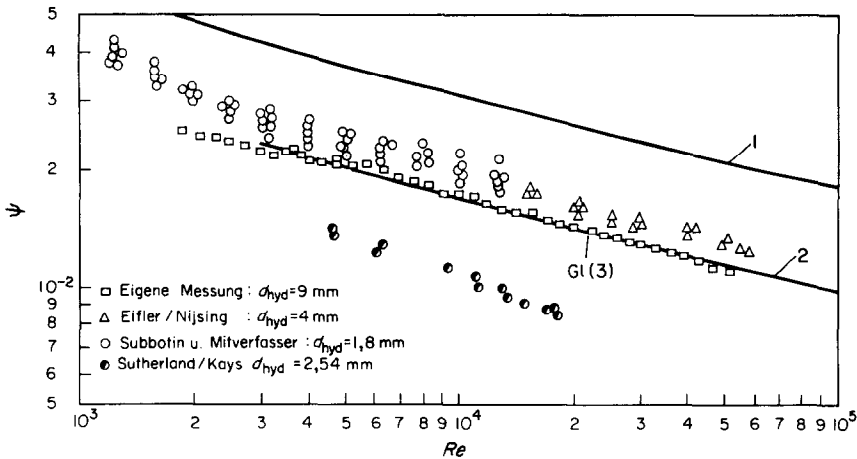


BILD 3. Druckverlustbeiwert für das Teilungsverhältnis $X = 1$ (dichteste Stabanordnung).
 1. Gesetz von Prandtl-Kármán: $(1/\sqrt{\psi}) = 2 \lg (Re\sqrt{\psi}) - 0,8$.
 2. Theorie von Deissler-Taylor.

hydraulischen Durchmesser der Versuchskanäle zurückzuführen sind. Während die Abweichung zwischen den eigenen Messwerten und denen nach [5] und [9] durch normale Messunsicherheiten erklärbar sind, werden die Werte nach [8] für die weitere Betrachtung als ungeeignet angesehen, da sie offenbar viel zu niedrig liegen. Die eigenen Messwerte stimmen mit dem theoretischen Verlauf von Deissler-Taylor gut überein.

Der Druckverlustbeiwert für $X = 1$ wird im folgenden ψ_1 genannt und durch Gleichung (3) definiert. Gleichung (3) ist gültig im Bereich $3 \cdot 10^3 < Re < 10^6$ bei relativen Rauigkeiten $k/d_{hyd} \leq 10^{-4}$. ψ_1 ist identisch mit den eigenen Messergebnissen.

$$\frac{1}{\sqrt{\psi_1}} = 2,8 \lg (Re\sqrt{\psi_1}) - 1,3 \quad (3)$$

ψ_1 liegt etwa 50 Prozent unter dem Wert für Rohrströmung.

3.3.2 *Druckverlustbeiwert bei grossen Teilungsverhältnissen.* Bei $X = 1,25; 1,67$ und $2,2$ ist der Druckverlustbeiwert unter Berücksichtigung der Messunsicherheiten praktisch gleich gross, Bild 4*. Daraus und aus physikalischen

* Beim Stabbündel mit $X = 2,2$, [11], sind 61 Stäbe in einem Rohr derart über den Querschnitt verteilt, dass eine gleichförmige Umströmung aller Stäbe gewährleistet ist.

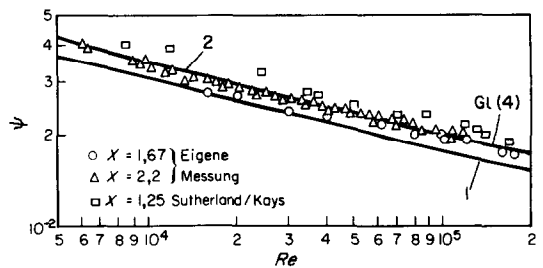


BILD 4. Druckverlustbeiwert bei grossen Teilungsverhältnissen
 1. Gesetz von Prandtl-Kármán: $(1/\sqrt{\psi}) = 2 \lg (Re\sqrt{\psi}) - 0,8$
 2. Theorie von Deissler-Taylor für $X = 2$.

Überlegungen wird gefolgert, dass bei noch grösseren Teilungsverhältnissen der Druckverlustbeiwert nicht mehr weiter ansteigen wird. Der obere Grenzwert für $X \rightarrow \infty$ wird im folgenden bei dem Teilungsverhältnis $X = 2$ angenommen. Dieser mit ψ_∞ bezeichnete Wert wird durch Gleichung (4) definiert. ψ_∞ ist identisch mit dem theoretischen Wert von Deissler-Taylor. Für ψ_∞ gelten die gleichen Anwendungsgrenzen wie für ψ_1 .

$$\frac{1}{\sqrt{\psi_\infty}} = 2,1 \lg (Re\sqrt{\psi_\infty}) - 1,5 \quad (4)$$

ψ_∞ liegt etwa 15 Prozent über dem Wert für Rohrströmung.

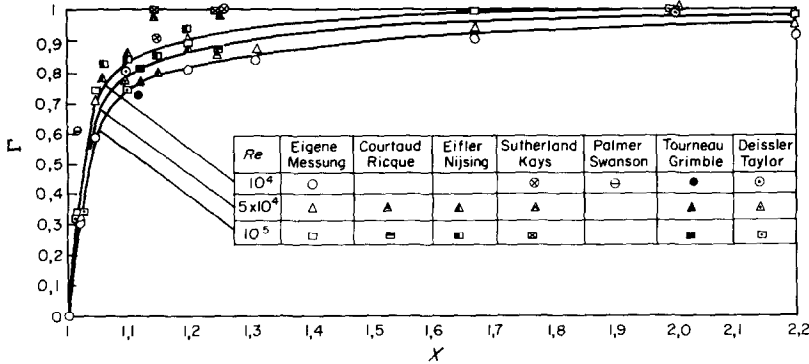


BILD 5. Druckverlustparameter in Abhängigkeit vom Teilungsverhältnis und der Reynolds-Zahl.

3.3.3 *Einfluss des Teilungsverhältnisses.* Um den Einfluss des Teilungsverhältnisses und der Reynolds-Zahl innerhalb der beiden, in den vorhergehenden Abschnitten festgelegten Grenzwerte auf den Druckverlustbeiwert darzustellen, wird der Parameter Γ , definiert durch Gleichung (5), eingeführt. Er bewegt sich innerhalb der Grenzen: $\Gamma = 0$ bei $X = 1$ und $\Gamma = 1$ bei $X = 2$.

$$\Gamma = \frac{\psi - \psi_1}{\psi_\infty - \psi_1}. \quad (5)$$

Bild 5 zeigt die nach eigenen und fremden Messwerten berechneten Γ -Werte. Die Kurven wurden unter weitgehender Berücksichtigung der eigenen Messwerte bei $X = 1,02; 1,05; 1,2; 1,31; 1,67$ und $2,2$ gezeichnet. Im Bereich $1 < X < 1,05$ steigt die Γ -Kurve stark an und läuft bei grösseren Teilungsverhältnissen asymptotisch in den oberen Grenzwert über. Γ nimmt geringfügig mit steigender Reynolds-Zahl zu.

In Bild 5 sind weiter die Ergebnisse der Arbeiten [3, 4, 8–10, 13] eingezeichnet. Die Messpunkte nach [3] für $X = 1,015$ liegen etwa 6 Prozent über der Gleichung von Prandtl-Kármán für Rohrströmung und dürften auf Grund von neueren zuverlässigen Messungen viel zu hoch liegen. Das gleiche gilt für die Messergebnisse nach [8] für $X = 1,15$ und $X = 1,25$. Nicht eingezeichnet wurden die Ergebnisse nach [2] für $X = 1,465$, die ca.

65 Prozent über der Gleichung für Rohrströmung liegen. In allen Fällen wurde offenbar der Einfluss von Distanzierungen mit erfasst.

Die Werte nach [5] für $X = 1,13$ liegen ca. 10 Prozent über der Gleichung für glatte Rohre und haben eine geringere Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl als bei Rohrströmung. Dies wird auf die relative Rauigkeit $k/d_{\text{hyd}} = 2,5-5 \cdot 10^{-3}$ zurückgeführt. Parallel zur Rohrgleichung verlaufen dagegen die Werte nach [4], da $k/d_{\text{hyd}} \approx 10^{-4}$ ist.

Abschliessend wird festgestellt, dass die Theorie von Deissler und Taylor durch sorgfältige Messungen gut bestätigt wird. Damit ist gleichzeitig bewiesen, dass das universelle Geschwindigkeitsverteilungsgesetz bei geeigneter Anwendung auch bei Stabbündelströmung Gültigkeit hat.

Beim Vergleich von experimentellen und theoretischen Ergebnissen muss jedoch immer berücksichtigt werden, dass Messfehler durch Distanzierungen, relative Rauigkeiten, Anlaufeffekte, Einlaufstörungen sowie durch die Strömungsverteilung über den Stabbündelquerschnitt, die eine Rand- oder Mittengängigkeit aufweisen kann, oft nicht vermieden und bei der Auswertung nicht zuverlässig eliminiert werden können.

3.3.4 *Einfluss der relativen Rauigkeit.* Es wird bei parallel angeströmten Stabbündeln, insbesondere wenn kleine hydraulische Durch-

messer vorliegen, festgestellt, z.B. [5–9], dass der Verlauf des Druckverlustbeiwertes in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl eine kleinere Steigung hat als bei der Rohrströmung. Dies kann auf den Einfluss der relativen Rauigkeit zurückgeführt werden, denn bei kleinen hydraulischen Durchmessern spielt auch eine Rauhtiefe von ca. $2\mu\text{m}$, die einer technisch glatten Oberfläche entspricht, eine beträchtliche Rolle. Bei [5] wird mit einer relativen Rauigkeit von $2\text{--}5 \cdot 10^{-3}$, bei [9] mit $1,0$ bis $4,5 \cdot 10^{-4}$ gerechnet.

Der Einfluss der relativen Rauigkeit wird bei vielen Autoren mit der Beziehung von Colebrook, Gleichung (6), abgeschätzt, was in den meisten Fällen eine befriedigende Übereinstimmung mit dem Experiment ergab.

$$\frac{1}{\sqrt{\psi}} = -2 \lg \left[\frac{(k/d_{\text{hyd}})}{3,71} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\psi}} \right]. \quad (6)$$

Bei den eigenen Messungen wurde die relative Rauigkeit nicht berücksichtigt, da $k/d_{\text{hyd}} \leq 10^{-4}$ war.

3.3.5 Einfluss der hydraulischen Anlauflänge. Bei früheren Messungen [11] wurde festgestellt, dass für Stabbündel in quasiunendlicher Ausdehnung die hydraulische Anlaufstrecke

höchstens $20 \cdot d_{\text{hyd}}$ beträgt. Im Bereich der Anlauflänge wurde ein Druckverlustbeiwert gemessen, der 5 bis 10 Prozent höher war als in der ausgebildeten Strömung. Wegen der kleinen hydraulischen Durchmesser ist die Anlauflänge im Vergleich zur Kanallänge meistens sehr klein und spielt praktisch keine Rolle. Die in dieser Arbeit mitgeteilten Werte gelten für ausgebildete Strömung, weil bei allen Stabbündeln, Bild 2, die Anlauflänge grösser als $20 d_{\text{hyd}}$ war.

3.4 Laminare Strömung

Unterhalb der kritischen Reynolds-Zahl ist der Druckverlustbeiwert ebenfalls vom Teilungsverhältnis abhängig. Dies zeigen die theoretischen Ergebnisse von Sparrow-Loeffler [14] und die eigenen experimentellen Ergebnisse in Bild 2. Die durch Gleichung (7) definierte Grösse σ zeigt Bild 6

$$\psi = \frac{\sigma}{Re}. \quad (7)$$

Bei Rohrströmung ist $\sigma = 64$, entsprechend dem Hagen-Poiseuilleschen Gesetz. Es fällt auf, dass der theoretische Verlauf von σ , Kurve 1, auch bei Teilungsverhältnissen $X > 1,05$ weiter stark ansteigt. Dies steht in Widerspruch zu den Verhältnissen bei turbulenter Strömung, Bild

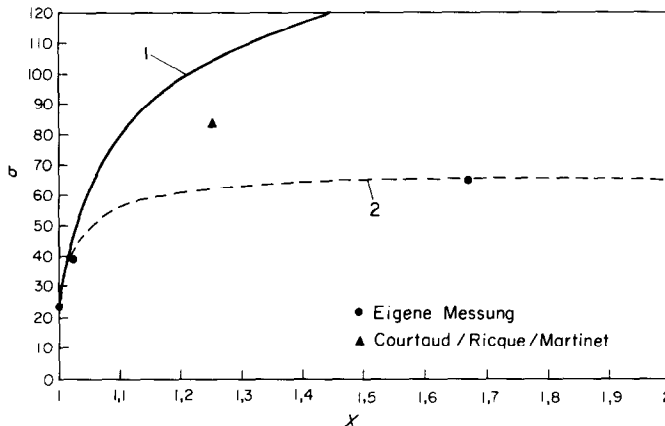


BILD 6. σ in Abhängigkeit vom Teilungsverhältnis bei voll ausgebildeter laminarer Strömung.

1. Theoretischer Verlauf nach Sparrow-Loeffler.
2. nach eigenen Messwerten und dem Verlauf in Bild 5 gezeichneter Verlauf.

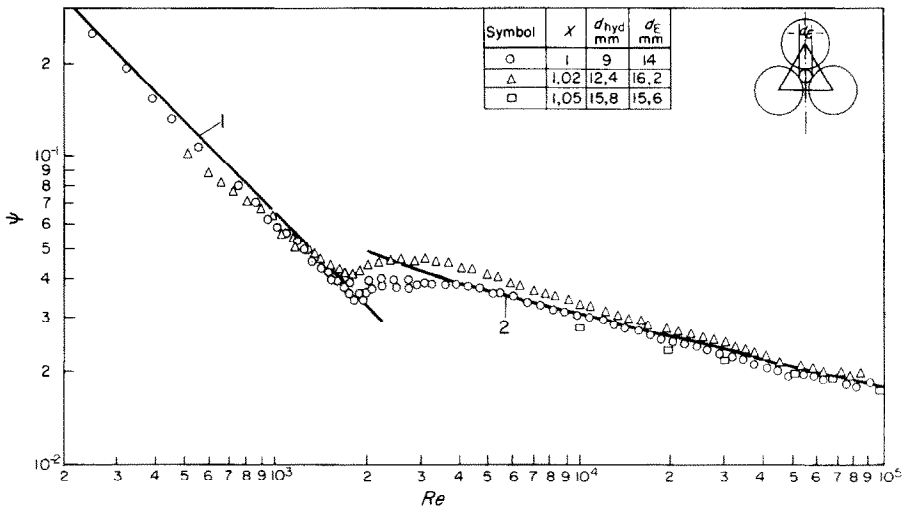


BILD 7. Druckverlustbeiwert bei sehr kleinen Teilungsverhältnissen, bezogen auf den Durchmesser des eingeschriebenen Kreises.

1. Gesetz von Hagen-Poiseuille: $\psi = (64/Re)$.
2. Gesetz von Prandtl-Kármán: $(1/\sqrt{\psi}) = 2,1 \lg (Re\sqrt{\psi}) - 0,8$.

5. Es darf in Analogie hierzu erwartet werden, dass vom Teilungsverhältnis 1,05 ab die σ -Kurve in einen Grenzwert übergeht, wie Kurve 2 in Bild 6 andeutet. Zwei experimentelle Werte liefern Hinweise hierfür. Bei eigenen Messungen für $X = 1,67$ wird $\sigma = 64$ gefunden, Bild 2. Courtaud, Ricque and Martinet [10] finden bei einem 7-Stabbüdel mit dem Teilungsverhältnis $X = 1,25$ den Maximalwert $\sigma = 84$. Bei jeder anderen Stabaufteilung im Querschnitt ist σ kleiner. Die in Bild 6 gestrichelt gezeichnete Kurve 2 bedarf der weiteren experimentellen Prüfung. Die experimentellen Werte der vorliegenden Arbeit für $X = 1$ und $X = 1,02$, Bild 2, bestätigen im wesentlichen die Theorie von Sparrow-Loeffler. In der Nähe der kritischen Reynolds-Zahl stimmen die Messpunkte mit dem theoretischen Verlauf gut überein. Im Bereich $200 < Re < 600$ ist die Messgenauigkeit nicht mehr gross, da ein Druckabfall über 1 m Messlänge in der Grössenordnung 1/100 mm W.S. gemessen werden musste.

Die Anlaufänge der Hagen-Poiseuilleschen Strömung beträgt: $L/d = 0,030 Re \cdot D$.h. im

Bereich $200 < Re < 1000$ sind bei Rohrströmung 6 bis 30 Rohrdurchmesser Vorlaufänge ausreichend. Die Messungen im gleichen Reynolds-Bereich wurden aber bei $X = 1$ mit $L_{hyd}/d_{hyd} = 111$, bei $X = 1,02$ mit $L_{hyd}/d_{hyd} = 80$ und bei $X = 1,67$ mit $L_{hyd}/d_{hyd} = 28$ durchgeführt. Folglich gelten die gemessenen Druckverlustbeiwerte für ausgebildete Laminarströmung.

3.5 Einfluss des Bezugsdurchmessers

Die niedrigen Druckverlustbeiwerte im Bereich $1 < X < 1,05$ sind auf die Verwendung des hydraulischen Durchmessers zurückzuführen. Dies zeigt folgende Überlegung. Die Strömungsverteilung bei derartigen Querschnitten ist mittengängig, d.h. der Hauptteil der Strömung geht durch einen Strömungsquerschnitt, der grob quantitativ durch den Durchmesser des eingeschriebenen Kreises festgelegt ist. Wird der Durchmesser des eingeschriebenen Kreises $d_E = d[1,115 X - 1]$ an Stelle von $d_{hyd} = (4F/U)$ bei laminarer und turbulenter Strömung benutzt, dann lassen sich die Messpunkte, wie Bild 7 zeigt, mit bemerkenswert geringer Streubreite um die Prandtl-Kármánsche Kurve,

* In der Arbeit von E. Bender: Druckverlust bei laminarer Strömung im Rohreinlauf (*Chemie-Ing.-Techn.* 41 Jahrg. (1969) Nr. 11 S.682/686) wird $L/d = 0,0566 \cdot Re$ angegeben.

bzw. die Gerade von Hagen–Poiseuille darstellen. Offenbar gilt dies nur, solange $d_E \geq d_{hyd}$ ist. Die kritische Reynolds-Zahl liegt bei etwa 2000. Sie stimmt näherungsweise mit dem Wert 2300 bei Rohrströmung überein.

4. MESSERGEBNISSE: STOFFÜBERGANG

4.1 Berechnung der Sherwood-Zahl

Die Sherwood-Zahl wird nach Gleichung (8) berechnet. Als Bezugslänge wird der hydraulische Durchmesser bei turbulenter und laminarer Strömung verwendet, obwohl klar ist, dass d_{hyd} die Besonderheiten der Stab-bündelströmung nicht berücksichtigt, vgl. Abschnitt 3.1.

$$Sh = \frac{\beta d_{hyd}}{D} \tag{8}$$

Die Stoffübergangszahl errechnet sich aus Gleichung (9), wobei \dot{m} alternativ die mittlere oder die örtliche Massenstromdichte darstellt.

$$\beta = \dot{m} \frac{R \bar{T}_L}{\Delta p} \tag{9}$$

\bar{T}_L ist die mittlere Lufttemperatur, unter der Voraussetzung, dass die Temperaturschwankungen kleiner $\pm 0,5^\circ\text{C}$ sind. Für Δp wurde die mittlere logarithmische Partialdruckdifferenz nach Gleichung (10) verwendet. Bild 8 zeigt an zwei Beispielen für das Stabbündel mit $X = 1$, dass man den Partialdruck des sublimierenden Stoffes in der Luft berücksichtigen muss, weil die stoffübertragende Fläche S gross gegenüber dem freien Strömungsquerschnitt F ist.

$$\Delta p = \frac{p_2 - p_1}{\ln[(\bar{p}_w - p_1)/(\bar{p}_w - p_2)]} \tag{10}$$

p_1 und p_2 sind die Partialdrücke des sublimierenden Stoffes in der Luft, bei idealer Mischung in den Ebenen am Anfang und Ende der Messstrecke. Ist bei Versuchsanordnungen $F/S \geq 25 St'$, dann kann die Anreicherung des sublimierenden Stoffes in der Luft vernachlässigt werden, wenn ein Fehler kleiner als 1 Prozent zugelassen wird. Dies trifft im grossen und ganzen für Teilungsverhältnisse $X \geq 1,05$ zu.

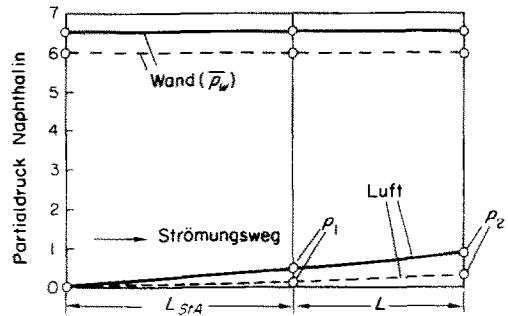


BILD 8. Verlauf des Naphthalin-Partialdruckes an der Wand und in der Luft in Abhängigkeit vom Strömungsweg.

- — — — — $X = 1$
 Temperatur: $19,4^\circ\text{C}$; $Re = 58000$.
 3 Flächen, Bild 1, sind mit Naphthalin beschichtet
 Partialdruck an der Wand: $6,6 \text{ N/m}^2$.
 Mittl. log. Partialdruckdifferenz im Bereich L_{S1A} : $6,3 \text{ N/m}^2$
 Mittl. log. Partialdruckdifferenz im Bereich L : $5,9 \text{ N/m}^2$.
- - - - - $X = 1$
 Temperatur: $18,54^\circ\text{C}$; $Re = 46000$.
 1 Fläche, Bild 1, ist mit Naphthalin beschichtet.
 Partialdruck an der Wand: 6 N/m^2 .
 Mittl. log. Partialdruckdifferenz im Bereich L_{S1A} : $5,9 \text{ N/m}^2$
 Mittl. log. Partialdruckdifferenz im Bereich L : $5,8 \text{ N/m}^2$.

4.2 Einfluss der Reynolds-Zahl

Der Verlauf $Sh = f(Re)$, Bild 9, lässt sich, wie bei der Rohrströmung, in drei Bereiche aufteilen. Der turbulente Bereich liegt bei $Re \geq 10^4$, der Übergangsbereich erstreckt sich von $10^3 < Re < 10^4$ und der laminare Bereich liegt bei $Re \leq 10^3$.

4.3 Turbulente Strömung

4.3.1 Mittlere Sherwood-Zahl bei voll ausgebildeter Strömung. Aus dem Gewichtverlust der Versuchskörper und der Versuchszeit wurde die mittlere Massenstromdichte nach Gleichung (11) und die Sherwood-Zahl entsprechend Abschnitt 4.1 berechnet.

$$\dot{m} = \frac{\Delta G}{S \cdot t} \tag{11}$$

Bild 9 zeigt die gemessenen Sherwood-Zahlen in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl für

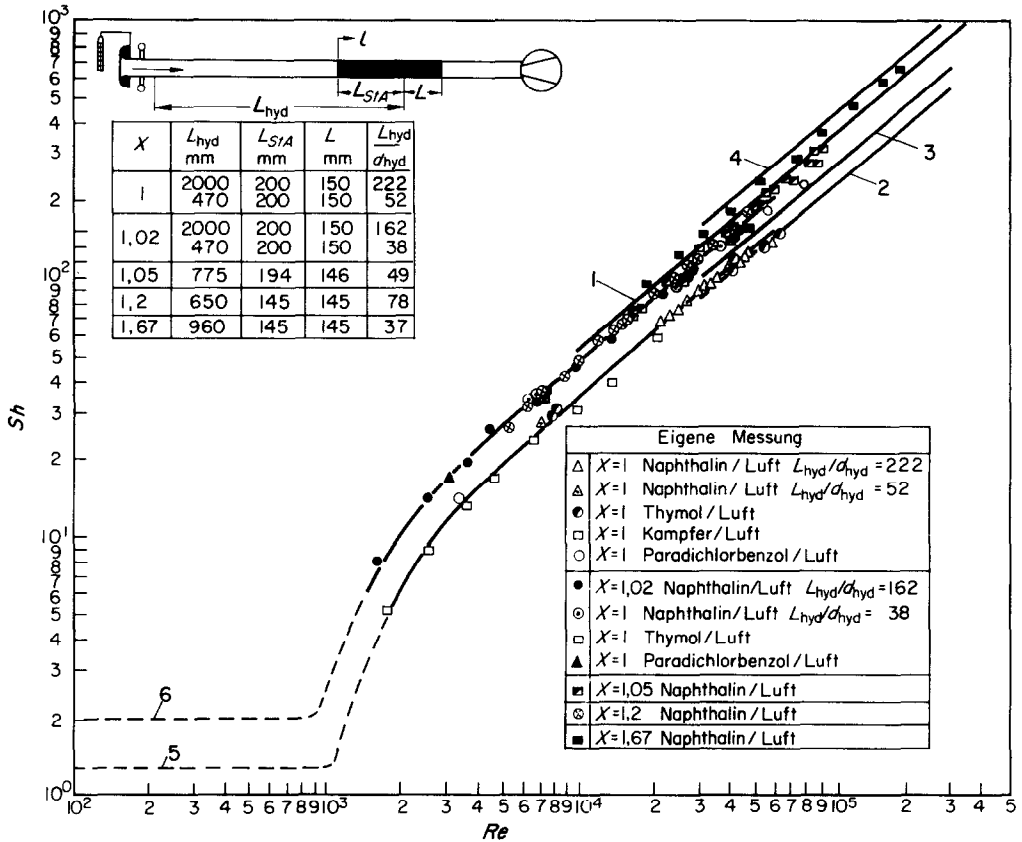


BILD 9. Mittlere Sherwood-Zahl in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl im Übergangsbereich und bei turbulenter Strömung für Sc = 2,53.

1. Gleichung von Dittus-Boelter für voll ausgebildete turbulente Rohrströmung: $Sh = 0,0243 Re^{0,8} \cdot Sc^{0,4}$.
2. Theorie von Deissler-Taylor für X = 1.
3. Theorie von Deissler-Taylor für X = 1,02.
4. Theorie von Deissler-Taylor für X = 2.
5. $Sh = 1,3$ für voll ausgebildete laminare Rohrströmung bei konstanten Partialdruck an der Wand für X = 1 nach Bild 17.
6. $Sh = 1,95$ für voll ausgebildete laminare Rohrströmung bei konstantem Partialdruck an der Wand für X = 1,02 nach Bild 17.

die Teilungsverhältnisse X = 1; 1,02; 1,05; 1,2 und 1,67. Die kleinsten Sherwood-Zahlen ergeben sich bei X = 1. Bei X = 1,02 findet man bereits 30 Prozent höhere Sherwood-Zahlen als bei X = 1. Die Sherwood-Zahlen bei den Teilungsverhältnissen X = 1,05; 1,2 und 1,67 unterscheiden sich nicht mehr viel voneinander. Ein Vergleich von Bild 9 mit Bild 2 zeigt deutlich, dass bei Sherwood-Zahl und Druckverlustbeiwert eine ähnliche Abhängigkeit vom Teilungsverhältnis vorliegt. Auf Grund dessen

wird im folgenden von der Gültigkeit der Analogie zwischen Stoffübergang und Druckverlust ausgegangen. Es wird zunächst behauptet, dass die Beziehung von Nijssing [7], Gleichung (12), die für turbulente ausgebildete Rohrströmung hergeleitet wurde, auch bei parallel angeströmten Stabbündeln gültig ist, wenn der entsprechende Druckverlustbeiwert eingesetzt wird.

$$Sh = \frac{Re Sc^{\frac{1}{3}} \psi / 8}{14,7 \sqrt{(\psi / 8)} + [1 - 14,7 \sqrt{(\psi / 8)}] Sc^{-\frac{1}{3}}} \quad (12)$$

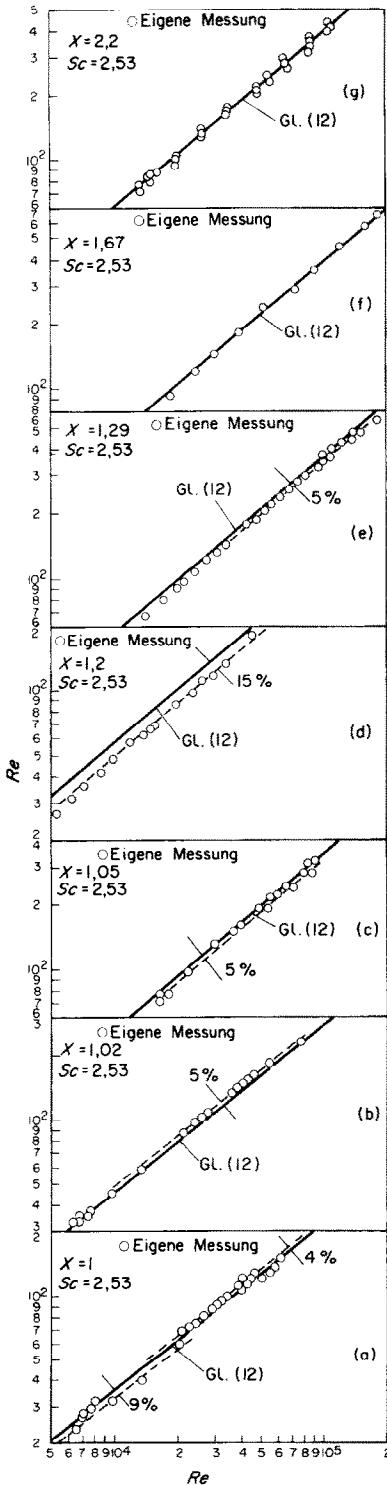


BILD 10 a-g. Analogie zwischen Stoffübergang und Druckverlust bei verschiedenen Teilungsverhältnissen.

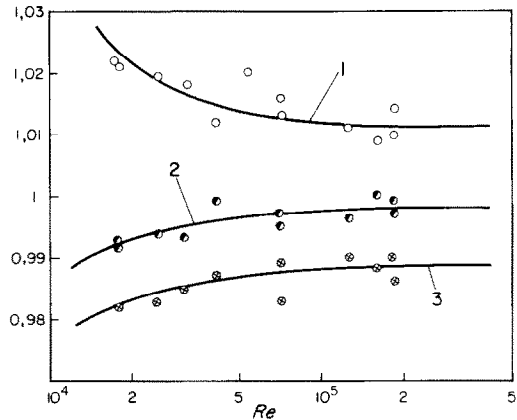


BILD 11. Mittlere relative Sherwood-Zahl für die drei charakteristischen Stabgruppen der 19-Stab-Bündel mit $X = 1,2$ und $X = 1,67$.

1. $\frac{Sh(\text{Stäbe 1 bis 7})}{Sh(\text{Stäbe 1 bis 19})}$
2. $\frac{Sh(\text{Stäbe 9, 11, 13, 15, 17, 19})}{Sh(\text{Stäbe 1 bis 19})}$
3. $\frac{Sh(\text{Stäbe 8, 10, 12, 14, 16, 18})}{Sh(\text{Stäbe 1 bis 19})}$

Die Bilder 10 a bis 10 g bestätigen die Hypothese. Dargestellt sind die nach Gleichung (12) berechneten und die experimentell ermittelten Sherwood-Zahlen für die Teilungsverhältnisse $X = 1; 1,02; 1,05; 1,2; 1,29; 1,67$ und $2,2$. Die Diskrepanz von 15 Prozent bei $X = 1,2$ ist auf unerklärliche Messfehler zurückzuführen. Bei der Berechnung der Sherwood-Zahl nach Gleichung (12) wurden Bild 5 und die Gleichungen (3) bis (5) zugrundegelegt. Damit ist nachgewiesen, dass die Analogie bei allen Teilungsverhältnissen gilt. Bei der Anwendung auf ein Wärmeübertragungsproblem braucht nur Sh durch Nu und Sc durch Pr ersetzt zu werden.

Die Gleichung von Nijssing wurde aus der grossen Zahl von Gleichungen dieses Typs gewählt, weil sie die Sherwood-Zahl auch bei $Sc = 0,7$ im Vergleich zu rein empirischen Gleichungen gut wiedergibt. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass der

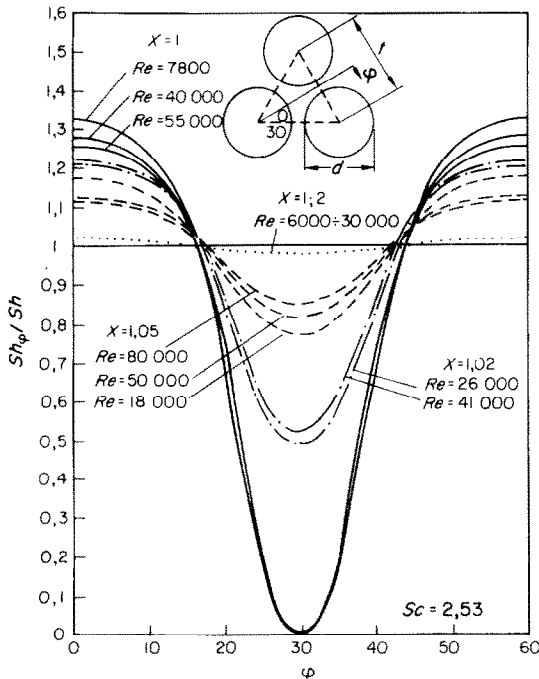


BILD 12. Verlauf der relativen örtlichen Sherwood-Zahl in Abhängigkeit von Umfangswinkel, Teilungsverhältnis und Reynolds-Zahl.

Aufbau der Gleichungen für turbulente Rohr- und Kanalströmung, für parallel angeströmte Stabebündel sowie für die längsangeströmte ebene Platte bei turbulenter Grenzschichtent-

wicklung gleich ist, da in all diesen Fällen das universelle Geschwindigkeitsverteilungsgesetz zumindest in Wandnähe weitgehend übereinstimmt.

Auch bei Stabebündeln mit quasiunendlicher Stabanordnung weist die Strömung eine Mittengängigkeit auf, wie die Messwerte in Bild 11 zeigen. Die Stäbe in Stabebündelmittle haben je nach Reynolds-Zahl eine 2 bis 4 Prozent höhere Sherwood-Zahl als die Eckstäbe.

Die Bilder 10e und Bild 10g zeigen Messergebnisse, die an endlich ausgedehnten Stabebündeln mit 7 und 61 Stäben, [11], gemessen wurden. Beim 7-Stab-Bündel mit $X = 1,29$ unterscheiden sich die Sherwood-Zahlen von Zentralstab und Randstab um 1 bis 8 Prozent. Die grosse Abweichung tritt nur bei Reynolds-Zahlen $< 10^4$ auf.

Beim 61-Stab-Bündel mit $X = 2,2$ unterscheiden sich die niedrigste und die höchste Sherwood-Zahl einzelner Stäbe um etwa 6 Prozent.

4.3.2 Örtliche Sherwood-Zahl in Stabumfangsrichtung. Als Folge der Geschwindigkeitsverteilung ändert sich die örtliche Sherwood-Zahl in Stabumfangsrichtung. Bild 12 zeigt den experimentell gefundenen Verlauf der relativen Sherwood-Zahl (Verhältnis örtliche zu mittlere

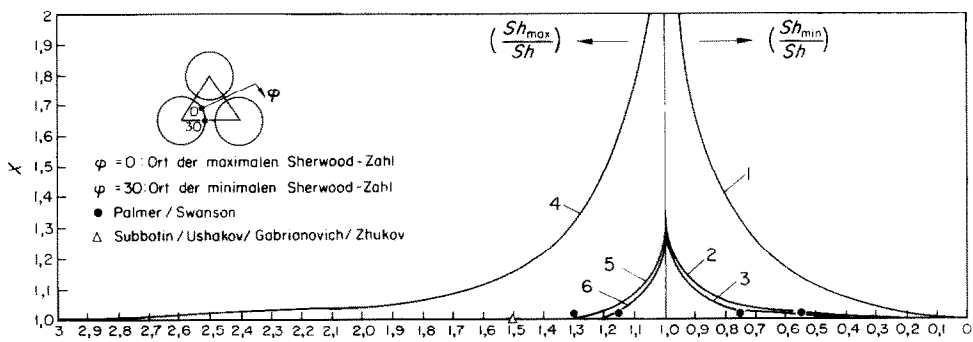


BILD 13. Verlauf der extremen relativen Sherwood-Zahlen in Abhängigkeit vom Teilungsverhältnis und der Reynolds-Zahl.

1. (Sh_{min}/Sh) nach Theorie von Deissler-Taylor für $2 \cdot 10^4 < Re < 9 \cdot 10^5$.
2. (Sh_{min}/Sh) für $Re = 10^4$ nach eigenen experimentellen Ergebnissen.
3. (Sh_{min}/Sh) für $Re = 5 \cdot 10^4$ nach eigenen experimentellen Ergebnissen.
4. (Sh_{max}/Sh) nach Theorie von Deissler-Taylor für $2 \cdot 10^4 < Re < 9 \cdot 10^5$.
5. (Sh_{max}/Sh) für $Re = 10^4$ nach eigenen experimentellen Ergebnissen.
6. (Sh_{max}/Sh) für $Re = 5 \cdot 10^4$ nach eigenen experimentellen Ergebnissen.

Sherwood-Zahl) in Abhängigkeit von Umfangswinkel, Teilungsverhältnis und Reynolds-Zahl. Die maximale bzw. minimale Sherwood-Zahl liegt bei $\varphi = 0^\circ$ bzw. $\varphi = 30^\circ$.

Bei $X = 1$ ist $Sh_{\min} = 0$, weil die Stäbe sich berühren. Mit zunehmendem Teilungsverhältnis nimmt Sh_{\min} stark zu. Bei $X = 1,2$ ist Sh_{\min} nur noch 2 Prozent niedriger als die mittlere Sherwood-Zahl. Bei Teilungsverhältnissen grösser als 2 kann mit einer praktisch konstanten Sherwood-Zahl über den Stabumfang gerechnet werden.

Mit steigender Reynolds-Zahl vergrößert

sich Sh_{\min} geringfügig bis zu einem Grenzwert, der vermutlich bei $Re \geq 50000$ erreicht wird. Da sich die Verteilung der örtlichen Sh -Zahlen für $X > 2$ nicht mehr ändert, muss zwangsläufig auch die mittlere Sh -Zahl unabhängig von X werden. Insofern bestätigt auch dieser Sachverhalt die Behauptung, dass ein Einfluss des Teilungsverhältnisses nur bis $X = 2$ existiert.

Die in Bild 12 dargestellten Ergebnisse wurden aus versuchstechnischen Gründen im wesentlichen bei turbulenter Strömung ermittelt. Die Messebenen lagen bei $X = 1; 1,02; \text{ und } 1,05:100$ bzw. 275 mm und bei $X = 1,2:225$ mm

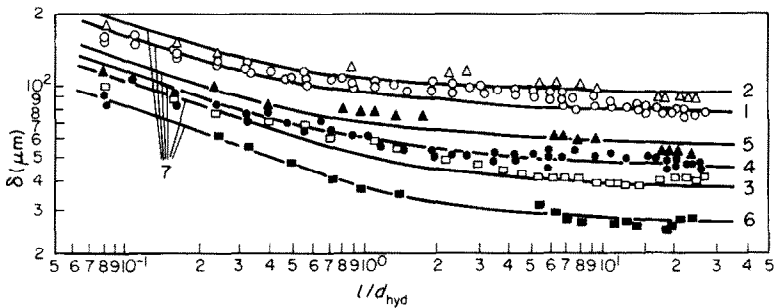


BILD 14. Verlauf der örtlichen Abtragung von Thymol in Abhängigkeit von der Lauflänge der Stoffaustausch-Grenzschicht bei $X = 1,02$.

Stoffsystem: Thymol-Luft; $Sc = 2,53$.

1. $\varphi = 0^\circ$; $Re = 4,1 \cdot 10^4$; $\vartheta_L = 21,3^\circ\text{C}$; $t = 1,08 \cdot 10^4\text{S}$.
2. $\varphi = 0^\circ$; $Re = 2,6 \cdot 10^4$; $\vartheta_L = 24,3^\circ\text{C}$; $t = 1,26 \cdot 10^4\text{S}$.
3. $\varphi = 0^\circ$; $Re = 7,4 \cdot 10^3$; $\vartheta_L = 23,7^\circ\text{C}$; $t = 1,8 \cdot 10^4\text{S}$.
4. $\varphi = 25^\circ$; $Re = 4,1 \cdot 10^4$; $\vartheta_L = 21,3^\circ\text{C}$; $t = 1,08 \cdot 10^4\text{S}$.
5. $\varphi = 25^\circ$; $Re = 2,6 \cdot 10^4$; $\vartheta_L = 24,3^\circ\text{C}$; $t = 1,26 \cdot 10^4\text{S}$.
6. $\varphi = 25^\circ$; $Re = 7,4 \cdot 10^3$; $\vartheta_L = 23,7^\circ\text{C}$; $t = 1,8 \cdot 10^4\text{S}$.
7. Geraden mit der Steigung $-\frac{1}{3}$.

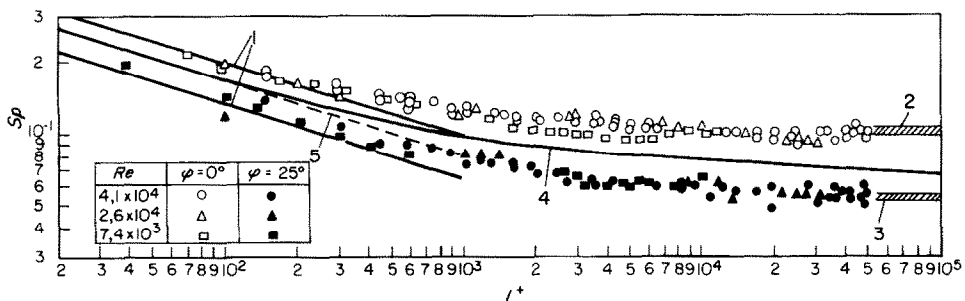


BILD 15. Verlauf der örtlichen Spalding-Zahl in Abhängigkeit von der dimensionslosen Lauflänge bei $X = 1,02$ für $Sc = 2,53$.

1. Geraden mit der Steigung $-\frac{1}{3}$.
2. Spalding-Zahl, basierend auf den Gewichtsverlust, ermittelt aus Gl. (11) und Bild 12 für $\varphi = 0^\circ$.
3. Spalding-Zahl, basierend auf dem Gewichtsverlust, ermittelt aus Gl. (11) und Bild 12 für $\varphi = 25^\circ$.
4. theoretischer Verlauf für Rohrströmung nach Spalding, Gardner, Kestin.
5. $Sp = (0,53835/l^{+ \frac{1}{3}})Sc^{\frac{1}{3}}$.

vom Beginn der Stoffübertragung an entfernt. Aus den örtlichen Abtragungen an gleichmässig am Umfang verteilten Positionen wurde ein Mittelwert gebildet und das durch Gleichung (13) beschriebene Verhältnis gebildet.

$$\frac{\delta(\varphi)}{\Delta} = \frac{Sh(\varphi)}{Sh} \quad (13)$$

Bei $X = 1$ und 1,02 wurde Thymol, bei $X = 1,05$ und 1,2 Naphthalin verwendet. Die Abtragung wurde relativ zu einem Fixpunkt mit dem Mikrokator von Johansson vor und nach dem Versuch gemessen.

Die extremen relativen Sherwood-Zahlen in Abhängigkeit vom Teilungsverhältnis zeigt Bild 13. Im Bereich $1 < X < 1,1$ zeigt sich ein starker Abfall des Verhältnisses Sh_{\min}/Sh , während sich vergleichsweise Sh_{\max}/Sh schwach ändert. Die von Deissler-Taylor theoretisch berechneten Werte sind viel zu gross. Die mitgeteilten Werte gelten streng nur für $Sc = 2,53$. Mit steigender Schmidt-Zahl werden geringere, mit fallender grössere Werte erwartet.

4.3.3 *Mittlere und örtliche Sherwood-Zahl im Stoffaustausch-Anlaufgebiet bei ausgebildeter Geschwindigkeitsgrenzschicht.* Vor der eigentlichen Messstrecke ist eine stoffübertragende Vorlaufstrecke angeordnet, in der die Ausbildung der Stoffaustausch-Grenzschicht erfolgt. Der in diesem Bereich gemessene Verlauf der örtlichen Thymol-Abtragung in Strömungsrichtung an den Umfangspositionen $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 25^\circ$ in Abhängigkeit von der relativen Lauflänge und der Reynolds-Zahl für $X = 1,02$ zeigt Bild 14. Die Spalding-Funktion [27, 28] ist als Ordnungsfunktion geeignet, weil die Messpunkte an einer Umfangsposition jedoch bei verschiedenen Reynolds-Zahlen durch eine Kurve abgebildet werden können. Bild 15 zeigt $Sp = f(l^+)$ für $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 25^\circ$. Zum Vergleich ist die Spalding-Funktion für Rohrströmung eingezeichnet. Eine geringfügige Staffelung der Messpunkte bei gleichem Umfangswinkel ist vorhanden, da die Verteilung der Sherwood-Zahl in Umfangsrichtung

geringfügig von der Reynolds-Zahl abhängt.

Im Bereich $1^+ < 300$ wird das bekannte Anlauf-Gesetz in Leveque: $Sp \sim (l^+)^{-3}$ gefunden. Ab $1^+ \geq 5000$ ändert sich die Spalding-Zahl und damit die Sherwood-Zahl nicht mehr. Demzufolge ist die bei allen Versuchsstrecken vorgesehene Stoffaustausch-Anlaufstrecke, die im Bereich $6000 < 1^+ < 70000$ liegt, ausreichend.

Die mittleren Sherwood-Zahlen in der Stoffaustausch-Anlaufmessstrecke wurden experimentell durch Wägung bestimmt. Für $X = 1$ mit $L_{StA} = 200$ mm ergab sich eine 8 Prozent, für $X = 1,02$ mit $L_{StA} = 200$ mm eine 7 Prozent, für $X = 1,2$ mit $L_{StA} = 145$ mm eine 5 Prozent und für $X = 1,67$ mit $L_{StA} = 145$ mm eine 9 Prozent grössere Sherwood-Zahl im Vergleich zur voll ausgebildeten Strömung.

Aus der gemessenen Abtragung, der Dichte von Thymol und der Versuchszeit wurde die örtliche Massenstromdichte nach Gleichung (14) und die Sherwood-Zahl entsprechend Abschnitt 4.1 berechnet.

$$\dot{m}_{(l,\varphi)} = \frac{\delta_{(l,\varphi)}}{\rho t} \quad (14)$$

Die Spalding-Zahl und die dimensionslose Lauflänge sind durch Gleichung (15) und Gleichung (16) definiert.

$$(\varphi) \quad Sp = \frac{Sh}{Re\sqrt{(\Psi/8)}} \quad (15)$$

$$l^+ = \frac{\bar{u}\sqrt{(\Psi/8)}}{v} \quad (16)$$

4.3.4 *Einfluss der hydraulischen Vorlauflänge auf die Sherwood-Zahl.* Bei $X = 1$ und 1,02 wurden Sherwood-Zahlen bei 2000 und 470 mm hydraulischer Vorlauflänge bei drei Reynolds-Zahlen gemessen. Die Sherwood-Zahlen stimmen überein, Bild 9. D.h. zur Ausbildung der Geschwindigkeitsgrenzschicht werden weniger als $38d_{\text{hyd}}$ benötigt. Frühere Messungen [11] haben unabhängig von der Form der Stabnasen und der Reynolds-Zahl ergeben, dass

bei gleichzeitiger Entwicklung der Geschwindigkeits- und Partialdichte-Grenzschicht die Sherwood-Zahl sich nach $7d_{\text{hyd}}$ Lauflänge nicht mehr ändert. Bei Rohrströmung beträgt die Lauflänge etwa $15d$. Die mitgeteilten Sherwood-Zahlen gelten demzufolge für voll ausgebildete Grenzschichten.

4.3.5 Wärmeübergangsmessungen fremder Autoren

Dingee und Chastain [1]. Die Autoren haben drei 9-Stab-Bündel mit den Teilungsverhältnissen 1,12; 1,2 und 1,27 im Bereich $2 \cdot 10^4 < Re < 7 \cdot 10^5$ für $Pr = 1,18$ und $1,75$ untersucht. Die Verteilung der Strömungsgeschwindigkeit über den Stabbündelquerschnitt ist nicht bekannt. Sie kann rand- oder mittengängig sein. Die Nusselt-Zahlen in Abhängigkeit vom Teilungsverhältnis werden im wesentlichen durch neuere Messungen bestätigt, während der Druckverlustbeiwert keine systematische Abhängigkeit vom Teilungsverhältnis erkennen lässt. Ein Vergleich mit den vorliegenden Ergebnissen an quasiunendlichen Anordnungen ist ungenau.

Miller, Byrnes und Benforado [2]. Die Verfasser untersuchten ein 36-Stab-Bündel in quasiunendlicher Ausdehnung mit dem Teilungsverhältnis 1,46. Die Stäbe wurden elektrisch beheizt und mit Druckwasser bei $8 \cdot 10^4 < Re < 8 \cdot 10^5$ und $1 < Pr < 3$ gekühlt. Die gemessene mittlere Nusselt-Zahl liegt 40 Prozent und der Druckverlustbeiwert 65 Prozent über den entsprechenden Gleichungen für das glatte Rohr. Die Analogie zwischen Druckverlust und Wärmeübergang ist nicht erfüllt. Es wurde keine Verteilung der Nusselt-Zahl über den Stabumfang festgestellt. Derartig hohe Werte wurden in den letzten Jahren von keinem Experimentator festgestellt.

Palmer und Swanson [3]. Die Messergebnisse von einem 7-Stab-Bündel in quasiunendlicher Stabanordnung mit dem Teilungsverhältnis $X = 1,015$ bei Luftströmung, $Pr = 0,7$ im Bereich $2 \cdot 10^4 < Re < 6 \cdot 10^4$ werden

angegeben. Die Nusselt-Zahl wird identisch mit dem für glatte Rohre geltenden Wert, und zwar übereinstimmend für $L_{\text{hyd}}/d_{\text{hyd}} = 38; 57$ und 74 gefunden. Die Verteilung der örtlichen relativen Nusselt-Zahl über den Stabumfang ergab für $Nu_{\text{min}}/Nu = 0,55; 0,65; 0,75$ und für $Nu_{\text{max}}/Nu = 1,3; 1,2$ und $1,1$ für $Re = 20000, 40000$ und 60000 . Diese Resultate stehen in guter Übereinstimmung mit den eigenen Messergebnissen, Bild 13. Die mittlere Nusselt-Zahl und der mittlere Druckverlustbeiwert liegen dagegen auf Grund der vorliegenden und weiterer neuerer Messungen, z.B. [9], viel zu hoch.

Subbotin, Ushakov, Gabrianovich und Zhukov [5, 6]. An einem 7-Stab-Bündel mit dem Teilungsverhältnis 1 wurden Nusselt-Zahlen und Druckverlustbeiwerte gemessen. Die Stäbe wurden elektrisch beheizt. Es lag weder der Fall konstanter Heizflächenbelastung noch der konstanter Wandtemperatur vor. In den Grenzen $4650 < Re < 16450; 3,9 < Pr < 4,9$ wurde für die mittlere Nusselt-Zahl die Beziehung: $Nu = 0,0104 \cdot Re^{0,8} \cdot Sc^{0,43}$ und für den Quotienten $Nu_{\text{max}}/Nu = 1,5$ gefunden, Bild 13. Die Nusselt-Zahl liegt niedriger, der Druckverlustbeiwert höher im Vergleich zu eigenen Messungen. Die Analogie zwischen Wärmeübergang und Druckverlust ist nicht erfüllt, was auf Messfehler hindeutet. Ein Vergleich mit den eigenen Messwerten ist u.a. dadurch erschwert, da der Aufbau der Heizstäbe die Nusselt-Zahl beeinflusst.

Sutherland und Kays [8]. Drei Stabbündel in quasiunendlicher Stabanordnung mit den Teilungsverhältnissen 1; 1,15 und 1,25 wurden im Bereich $10^4 < Re < 5 \cdot 10^5$ bei $Pr = 0,7$ untersucht.

Die Druckverlustbeiwerte enthalten die Bilder 3 und 5. Die berechnete Nusselt-Zahl nach Gleichung (12) ist für $X = 1$ ca. 30 Prozent niedriger als die gemessene, was auf den geringen Druckverlustbeiwert zurückgeführt wird. Bei den übrigen Teilungsverhältnissen ist

die Übereinstimmung des gemessenen Nusselt-Wertes mit dem nach Gleichung (12) berechneten recht gut.

Rieger [12]. Zwei Stabbündel mit den Teilungsverhältnissen $X = 1,25$ und $1,6$ werden in den Bereichen $10^4 < Re < 2 \cdot 10^5$ und $2,3 < Pr < 18$ für den Fall konstanter Heizflächenbelastung untersucht. Die Ergebnisse werden

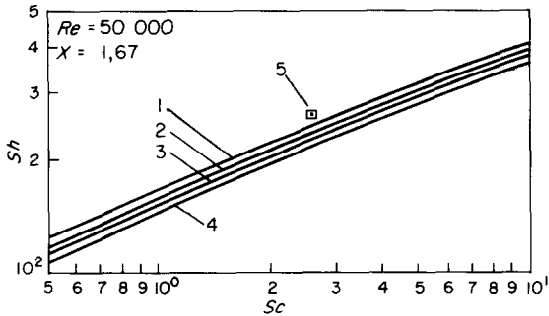


BILD 16. Sherwood-Zahl in Abhängigkeit von der Schmidt-Zahl bei Rohr- und Stabbündelströmung.

1. Gleichung von Rieger:

$$Sh = \frac{ReSc\psi/8}{1 + \sqrt{(\psi/8)8,8(Sc - 1,3)Sc^{-0,22}}}$$

2. Gleichung von Rieger mit 5 Prozent kleinerem ψ -Wert.

3. Gleichung von Rieger mit 10 Prozent kleinerem ψ -Wert.

4. Gleichung von Nijsing:

$$Sh = \frac{ReSc^3\psi/8}{14,7\sqrt{(\psi/8)} + [1 - 14,7\sqrt{(\psi/8)}]Sc^{-4}}$$

5. Gleichung von Rieger:

$$Sh = (0,0122 + 0,00245X)Re^{0,86}Sc^{0,4} \text{ für } Sc = 2,53.$$

durch Gleichung (17) beschrieben. Die bei der Bestimmung der Zahlenkonstanten 8,8 zugrunde gelegten Druckverlustbeiwerte sind nach den vorliegenden Messungen etwa 5 bis 10 Prozent zu hoch. Bild 16 zeigt,

$$Nu = \frac{Re Pr \Psi/8}{1 + \sqrt{(\Psi/8)8,8(Pr - 1,3)Pr^{-0,22}}} \quad (17)$$

dass aus diesem Grunde die Gleichung von Rieger, Kurve 1, ca. 20 Prozent über der Gleichung (12) von Nijsing, Kurve 4, liegt. Die Kurven verlaufen jedoch parallel. Man sieht sehr deutlich, dass z.B. bei Verwendung eines 10 Prozent kleineren Druckverlustbeiwertes,

Kurve 3, sich eine näherungsweise Übereinstimmung mit der Gleichung von Nijsing ergibt. Damit ist nachgewiesen, dass bei parallel angeströmten Stabbündeln dieselbe Abhängigkeit der Nusselt-Zahl von der Prandtl-Zahl existiert, wie bei Rohrströmung. Die Potenzbeziehung, Gleichung (18),

$$Nu = (0,0122 + 0,00245X)Re^{0,86}Pr^{0,4} \quad (18)$$

steht in Widerspruch zu den eigenen Messergebnissen, weil der Exponent der Reynolds-Zahl zu gross ist. In diesem Reynoldsbereich wird bei eigenen Messungen immer der Wert 0,8 gefunden.

4.4 Mittlere Sherwood-Zahl im Übergangsbereich

Die im Bereich $10^3 < Re < 10^4$ für $X = 1$ und $X = 1,02$ gemessenen Sherwood-Zahlen, Bild 9, lassen sich durch die von Hausen [19] angegebene Gleichungsform, Gleichung (19), gut darstellen.

$$Sh = K(Re^m - a)Sc^{0,42} \quad (19)$$

Die empirisch bestimmten Konstanten betragen für $X = 1$: $K = 0,0196$; $m = 0,784$; $a = 153$ und für $X = 1,02$: $K = 0,0534$; $m = 0,71$; $a = 90$. Man erkennt, dass K , m und a von X abhängen. Eine grob quantitative Abschätzung der Sherwood-Zahl für andere Teilungsverhältnisse kann unter Berücksichtigung der Sherwood-Zahl im Bereich $Re > 10^4$ durchgeführt werden.

Eine Analogie zwischen Stoffübergang und Druckverlust ist in diesem Bereich problematisch, weil der Verlauf des Druckverlustbeiwertes in der Nähe der kritischen Reynolds-Zahl und die kritische Reynolds-Zahl selbst, insofern überhaupt eine scharf definierte auftritt, von der Art der Einlaufstörung und der Länge der Beruhigungsstrecke abhängen.

Bei Stabbündeln sind Einlaufstörungen aus geometrisch und konstruktiv bedingten Gründen nicht zu vermeiden. Daher wird von der Aufstellung einer Gleichung Abstand genommen. Experimentelle oder theoretische

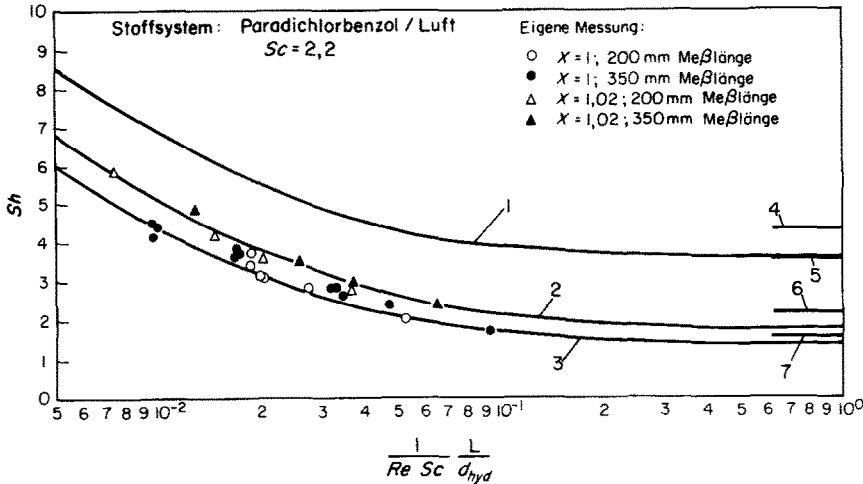


BILD 17. Verlauf der mittleren Sherwood-Zahl in Abhängigkeit vom Verhältnis Kanallänge zu hydraulischem Durchmesser bei ausgebildeter Geschwindigkeitsgrenzschicht für laminare Strömung.

1. Theoretischer Verlauf nach Nusselt–Graetz.
2. Experimentell ermittelter Verlauf für $X = 1,02$.
3. Experimentell ermittelter Verlauf für $X = 1$.
4. $Sh = 4,36$ für voll ausgebildete laminare Rohrströmung bei konstanter Massenstromdichte an der Wand.
5. $Sh = 3,65$ für voll ausgebildete laminare Rohrströmung bei konstantem Partialdruck an der Wand.
6. $Sh = 2,2$ für voll ausgebildete Laminarströmung bei konstanter Massenstromdichte für $X = 1,02$ nach Sparrow–Loeffler (extrapolierter Wert!).
7. $Sh = 1,55$ für voll ausgebildete Laminarströmung bei konstanter Massenstromdichte für $X = 1$ nach Sparrow–Loeffler (extrapolierter Wert!).

Ergebnisse fremder Autoren liegen in diesem Bereich nicht vor.

4.5 Mittlere Sherwood-Zahl bei Laminarströmung

Im Bereich $Re < 1000$ wurden mittlere Sherwood-Zahlen nur für die Teilungsverhältnisse $X = 1$ und $X = 1,02$ bei Sublimation von Paradichlorbenzol in Luft gemessen. Die zur Ausbildung eines turbulenten Partialdruckprofils vorgesehene Stoffaustausch-Anlaufstrecke von 200 mm Länge ist zur Ausbildung eines laminaren Partialdruckprofils viel zu kurz. Daher wurde ein im Vergleich zur turbulenten Strömung grosser Unterschied von 50 Prozent zwischen der mittleren Sherwood-Zahl in der Stoffaustausch-Anlaufstrecke und der der eigentlichen Messstrecke festgestellt. Ausserdem wurde ein Gang mit der Reynolds-Zahl gefun-

den, der mit $Re^{\frac{1}{2}}$ gut angenähert wird. Beide Tatsachen weisen, wie erwartet, darauf hin, dass der Anlaufvorgang noch nicht abgeschlossen ist. Bei der Darstellung der Messergebnisse wurde daher die von Nusselt–Graetz vorgeschlagene Darstellung gewählt. Bild 17 zeigt die mittlere Sherwood-Zahl in Abhängigkeit von $(1/Re Sc)(L/d_{hyd})$ bei Stoffaustausch-Anlaufstrecken von 200 und 350 mm Länge für $X = 1,02$. Die Ausgleichskurven 2 und 3 durch die Messpunkte wurden parallel zur Kurve für Rohrströmung gezeichnet, da der Stoffaustausch-Anlaufvorgang für Stabbündel bisher theoretisch nicht untersucht wurde.

Bei voll entwickelter Laminarströmung in Rohren ist die Sherwood-Zahl nur von den Bedingungen an der Wand abhängig. Die Theorie von Nusselt–Graetz liefert für den Fall eines voll ausgebildeten laminaren Geschwin-

digkeitsprofils und konstanter Partialdichte an der Wand den Grenzwert: $Sh = 3,64$ bei $(1/ReSc)$ ($L/d) = 0,05$. Hieraus ergibt sich eine Stoffaustausch-Anlaufstrecke von minimal $125d$, die auch näherungsweise für Stabbündel gilt, wenn d durch d_{hyd} ersetzt wird.

Den Einfluss des Teilungsverhältnisses haben Sparrow-Loeffler theoretisch für den Fall konstanter Massenstromdichte an der Wand untersucht, Kurve 1 in Bild 18.

Danach steigt die Sherwood-Zahl kontinuierlich mit steigendem Teilungsverhältnis an. Dieser Verlauf steht in Widerspruch zu Messungen im turbulenten Bereich und zur Analogie zwischen Stoffübergang und Druckverlust, wie im folgenden näher erläutert wird.

Die Analogie bei voll ausgebildeter laminarer Rohr-Strömung wird für den Fall konstanter Partialdruckes an der Wand durch Gleichung (20) und für den Fall konstanter Massenstromdichte durch Gleichung (21) dargestellt.

$$Sh = 0,456 (\Psi/8) Re \quad (20)$$

$$Sh = 0,545 (\Psi/8) Re \quad (21)$$

Bei Stabbündelströmung mit konstantem Partialdruck an der Wand ergeben sich folgende Zahlenwerte: für $X = 1$ mit $Sh \approx 1,3$, Bild 17, und $\Psi = (23/Re)$, Bild 6, 0,453 und für $X = 1,02$ mit $Sh \approx 2$ und $\Psi = (39/Re)$, 0,41. Somit kann man mit einiger Sicherheit behaupten, dass die Analogie auch für andere Teilungsverhältnisse gilt. Die in Bild 18 dargestellten Kurven 2 und 3 wurden unter dieser Voraussetzung berechnet.

ANMERKUNG

Die Messungen haben die Herren P. Cremer, W. Mentzel und H. Ploppa durchgeführt. Ihnen sei an dieser Stelle gedankt.

LITERATUR

1. D. A. DINGEE, W. B. BELL, J. W. CHASTAIN and S. L. FAWCETT, Heat transfer from parallel rods in axial flow, BMI-1026 (1955).
2. P. MILLER, J. J. BYRNES and D. M. BENFORADO, Heat transfer to water flowing parallel to a rod bundle, *A.I.Ch.E. JI* 3, 226-234 (1956).

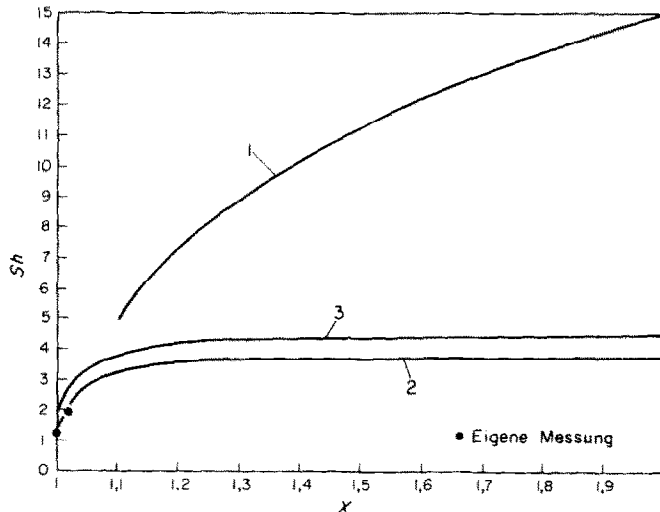


BILD 18. Sherwood-Zahl bei voll ausgebildeter Laminarströmung in Abhängigkeit vom Teilungsverhältnis.

1. Theoretischer Verlauf nach Sparrow-Loeffler für den Fall konstanter Massenstromdichte an der Wand.
2. Verlauf für konstanten Partialdruck an der Wand nach Gleichung (20) und Bild 6.
3. Verlauf für konstante Massenstromdichte an der Wand nach Gleichung (21) und Bild 6.

3. D. PALMER and L. SWANSON, Measurements of heat transfer coefficients, friction factors, and velocity profiles for air flowing parallel to closely spaced rods, *Reactor Heat Transfer Conference*, **63**, 535–542 (1956).
4. B. W. LE TOURNEAU, R. E. GRIMBLE and J. E. ZERBE, Pressure drop for parallel flow through rod bundles, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs* **78**, 1751–1758 (1957).
5. V. I. SUBBOTIN, P. A. USHAKOV and B. N. GABRIANOVICH, Hydraulischer Widerstand bei durch Flüssigkeiten längsumströmten Stabbüdeln, *Kernenergie* **4**, 658–660 (1961).
6. V. I. SUBBOTIN, P. A. USHAKOV, B. N. GABRIANOVICH and A. V. ZHUKOV, Heat exchange during the flow of mercury and water in a closely packed bundle of rods, *J. Nucl. Energy* **17** (Parts A and B), 455–461 (1963).
7. R. NÜSING, Diffusional phenomena associated with transfer of momentum, heat and mass in turbulent pipe flow, *Eur.* **293 e** (1963).
8. W. A. SUTHERLAND and W. M. KAYS, Heat transfer in parallel rod arrays, *GEAP-4637* (1965).
9. W. EIFLER and R. NÜSING, Fundamental studies of fluid flow and heat transfer in fuel element geometries (II), *Eur.* **2193 e** (1965).
10. M. COURTAUD, R. RIQUE et B. MARTINET, Etude des pertes de charge dans des conduites circulaires contenant un faisceau de barreaux, *Chem. Engng Sci.* **21**, 881–893 (1966).
11. K. H. PRESSER, Wärmeübergang und Druckverlust an Reaktorbrennelementen in Form längsdurchströmter Rundstabbündel, Dissertation T. H. Aachen; Jül-486-RB (1967).
12. M. RIEGER, Experimentelle Untersuchung des Wärmeüberganges in parallel durchströmten Rohrbündeln bei konstanter Wärmestromdichte im Bereich mittlerer Prandtl-Zahlen, *Int. J. Heat Mass Transfer* **12**, 1421–1447 (1969).
13. R. G. DESSLER and F. TAYLOR, Analysis of axial turbulent flow and heat transfer through banks of rods or tubes, *Reactor Heat Transfer Conference 1956*, TID-5729. Part 1, Book 2, 416–461 (1957).
14. E. M. SPARROW and A. L. LOEFFLER, Longitudinal laminar flow between cylinders arranged in regular array, *A.I.Ch.E. Jl* **5**, 325–330 (1959).
15. E. M. SPARROW, A. L. LOEFFLER and H. A. HUBBARD, Heat transfer to longitudinal laminar flow between cylinders, *J. Heat Transfer* **415–422** (1961).
16. K. H. PRESSER, Experimentelle Prüfung der Analogie zwischen konvektiver Wärme- und Stoffübertragung bei nicht abgelöster Strömung, *Wärme- und Stoffübertragung* **1**, 225–236 (1968).
17. K. H. PRESSER, Die Messung von konvektiven Stoffübergangszahlen bei Thymolsublimation in Luft, *Wärme- und Stoffübertragung* **4** (1971).
18. K. HAMMEKE, G. PIETRALLA und K. H. PRESSER, Thermodynamische Stoffwerte von Luft, Kohlendioxid und Stickstoff bei hohen Temperaturen und Drücken, Jül-383-RB (Juli 1966).
19. H. HAUSEN, Neue Gleichungen für die Wärmeübertragung bei freier oder erzwungener Strömung, *Allgemeine Wärmetechnik* **9**, 75–79 (1959).
20. *Chemiker-Kalender 1966*. Springer-Verlag, Berlin.
21. LANGE, *Handbook of Chemistry*. McGraw-Hill, New York (1967).
22. D'ANS LAX, *Taschenbuch für den Chemiker und Physiker* 1. und 2. Bd. Springer-Verlag, Berlin (1964).
23. T. K. SHERWOOD and H. S. BRYANT, Mass transfer through compressible turbulent boundary layers, *Can. J. Chem. Engng.* **51–57** (1957).
24. C. H. BEDINGFIELD and T. B. DREW, Analogy between heat transfer and mass transfer, A Psychrometric Study, *Ind. Engng Chem.* **42**, 1164/1173 (1950).
25. E. N. FULLER, P. D. SCHEFFLER and J. C. GIDDINGS, A new method for prediction of binary gas-phase diffusion coefficients, *Ind. Engng Chem.* **58** (5), 19–27 (1966).
26. *Handbook of Chemistry and Physics* (1967–1968). The Chemical Rubber Co., 18101 Cranwood, Parkway Cleveland, Ohio 44118.
27. D. B. SPALDING, Heat transfer to a turbulent stream from a surface with a step-wise discontinuity in wall temperature, *Int. Dev. Heat Transfer*, Part II, 439–446 (1961).
28. G. O. GARDNER and J. KESTIN, Calculation of the Spalding function over a range of Prandtl numbers, *Int. J. Heat Mass Transfer* **6**, 289–299 (1963).

MASS TRANSFER AND PRESSURE LOSSES IN PARALLEL FLOW THROUGH ROD CLUSTERS WITHIN A WIDE RANGE OF REYNOLDS-NUMBERS AND PITCHES.

Abstract—An experimental investigation is reported for smooth rod clusters in parallel flow to the axis in nearly infinite triangular lattice. The ratios of centre-to-centre spacing (pitch) to rod diameter were: 1, 1.02, 1.05, 1.2 and 1.67.

For isothermal conditions and constant partial pressure on the wall, the mass transfer by sublimation of Naphthalene, Camphor, Paradichlorbenzene and Thymol in air flow is measured, friction factors are measured, too.

The measurements are varied in the ranges $200 < Re < 200000$ and $2.2 < Sc < 2.6$.

The influence of the ratios pitch to rod diameter and the Reynolds-number of the friction coefficient, the average Sherwood-number and the distribution of the local Sherwood-number around the rod circumference is specified. The course of the local Sherwood-number in the mass transfer entrance region with fully developed velocity profile is investigated.

A comparison was made both, between the theories of Deissler/Taylor for turbulent flow and Sparrow-Loeffler for laminar flow and with qualified experimental results of other authors. The results are:

- (1) The friction coefficient in turbulent flow can be presented in form of the Prandtl-Kármán relation and in laminar flow as the Hagen-Poiseuille relation. The empirical coefficients depending on ratio of pitch to rod diameter.
- (2) The critical Reynolds-number is lower than in tube flow.
- (3) The analogy based on the Prandtl-Kármán theory between mass and momentum transfer in turbulent and laminar flow is valid for all ratios of pitch to rod diameter.
- (4) For ratios of pitch to rod diameter between 1 to 1.05 a strong variation, and from 1.05 to 2 a less strong variation of the average Sherwood-number, of the local Sherwood-number around the rod circumference and of friction coefficient can be observed. In greater ratios of pitch to rod diameter, the corresponding sizes do not depend on the ratios of pitch to rod diameter.
- (5) In turbulent flow the hydraulic entrance length amounts to 20 equivalent diameters, the mass-transfer entrance length with fully developed velocity-profiles takes a dimensionless distance in stream direction of about 5000.

TRANSFERT DE MASSE ET PERTE DE PRESSION DE FAISCEAUX DE BARRES ÉCOULÉS PARALLÈLEMENT DANS UNE RÉGION ÉTENDUE DE NOMBRES DE REYNOLDS ET DE TAUX DE FISSION

Résumé—Ce rapport concerne les recherches expérimentales effectuées sur des faisceaux de barres lisses écoulés parallèlement, dans une disposition triangulaire quasi-infinie ayant les taux de fission suivants : 1 : 1.02 ; 1.05 ; 1.2 et 1.67. A des conditions isothermiques et une pression partielle au mur constante, le transfert de masse lors de la sublimation de la naphthalène, du camphre, du paradichloro-benzène et du thymol sera mesuré dans un courant d'air. De plus, le taux de perte de pression sera déterminé. Les mesures ont été prises dans les régions $200 < Re < 200\,000$ et $2.2 < Sc < 2.6$.

Seront donnés : l'influence du taux de fission et du nombre de Reynolds sur le taux de perte de pression, le nombre moyen de Sherwood et la répartition des nombres de Sherwood locaux en direction de la circonférence des barres. L'évolution du nombre local de Sherwood dans la gamme de démarrage du transfert de masse lors d'un profil de vitesse étudié va être examinée.

Une comparaison avec les théories de Deissler/Taylor pour un écoulement turbulent étudié et avec celles de Sparrow/Loeffler pour un écoulement laminaire étudié, ainsi qu'une comparaison avec des résultats expérimentaux appropriés d'auteurs étrangers vont être effectuées.

On a constaté :

- (1) que le taux de perte de pression lors d'un écoulement turbulent d'après la loi de Prandtl/Kármán et lors d'écoulement laminaire suivant la loi de Hagen/Poiseuille se laisse représenter : les constants empiriques du taux de fission en dépendent.
- (2) que le nombre de Reynolds critique est inférieur qu'en écoulement en tube,
- (3) qu'à la base de la théorie de Prandtl/Kármán, l'analogie entre le transfert de masse et la perte de pression lors d'écoulement turbulent et laminaire est valable pour tous les taux de fission,
- (4) que lors de taux de fission de l'ordre de 1 à 1.05, un grand changement, et de l'ordre de 1.05 à 2, un changement moindre du nombre moyen de Sherwood, du nombre local de Sherwood en direction de la surface des barres, et du taux de perte de pression se produit. Lors de taux de fission plus élevés, les grandeurs correspondantes ne dépendent plus du taux de fission,
- (5) que lors d'écoulement turbulent, la gamme de démarrage hydraulique $20 d_{hyd}$, la gamme de démarrage du transfert de masse lors d'un développement régulier de la couche limite de vitesse $7 d_{hyd}$ et la gamme de démarrage du transfert de masse lors d'une couche limite de vitesse étudiée nécessitent une gamme de démarrage sans dimension d'environ 5000.

ПЕРЕНОС МАССЫ И ПОТЕРИ ДАВЛЕНИЯ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОМ ОБТЕКАНИИ ПУЧКОВ СТЕРЖНЕЙ В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ЧИСЕЛ РЕЙНОЛЬДСА И ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ШАГАХ СТЕРЖНЕЙ

Аннотация—Проведено экспериментальное исследование массообмена пучков гладких стержней в потоке, параллельном оси в почти бесконечной треугольной решетке. Отношения расстояния (шага) к диаметру равнялись : 1 : 1,02 ; 1,05 ; 1,2 и 1,67. Для изотермических условий и постоянного парциального давления на стенке измерялся перенос массы с помощью сублимации нафталина, камфары, парадихлорбензола и тимола в потоке воздуха, а также измерялись коэффициенты трения. Измерения проводились в диапазонах $200 < Re < 200\,000$ и $2,2 < Sc < 2,6$. Определено влияние отношений

шага к диаметру стержней, числа Рейнольдса, коэффициента трения, среднего значения числа Шервуда и распределения локальных значений числа Шервуда по окружности стержня.

Исследовано изменение локальных значений числа Шервуда при переносе массы во входной области при полностью развитом профиле скорости.

Проведено сравнение между теориями Дайсслера-Тейлора для турбулентного течения и Спэрроу-Лёффлера для ламинарного течения и экспериментальными результатами других авторов.

Получены следующие результаты:

- (1) коэффициент трения для турбулентного течения может быть представлен в виде отношения Прандтля-Кармана, а для ламинарного — соотношением Хагена-Пуазейля. Эмпирические коэффициенты зависят от отношения шага стержней к диаметру стержня;
- (2) значение критического числа Рейнольдса ниже значения для течения в трубе;
- (3) основанная на теории Прандтля-Кармана аналогия между переносом массы и количества движения при турбулентном и ламинарном течениях справедлива для всех отношений шага к диаметру стержней;
- (4) при отношениях шага к диаметру стержней, равных 1–1,05, наблюдалось сильное изменение, а при значениях от 1,05 до 2 менее сильное изменение среднего значения числа Шервуда, локального значения числа Шервуда по окружности стержня и коэффициента трения. При больших значениях отношений шага стержней к диаметру стержней указанные величины не зависят от отношений шага стержней к их диаметру;
- (5) при турбулентном течении длина гидравлического входного участка достигает 20 эквивалентных диаметров, длина входного участка переноса массы при полностью развитых профилях скорости становится безразмерным расстоянием в направлении потока, равным 5 000.